2.　1次元モデルの仮想仕事の式

演習問題２.1
[**解答**] 仮想仕事の式（**??**）に図**??**に示す仮想つりあい系：

$$\begin{cases} \overline{S}_1 = \overline{S}_2 = \overline{S}_3 = 1 \\ \overline{F}_1 = -1,\ \overline{F}_2 = \overline{F}_3 = 0,\ \overline{F}_4 = 1 \end{cases} \tag{2.1}$$

を代入する．これらは式（**??**）を満たす．すると

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = -u_1 + u_4 \tag{2.2}$$

[**例 1.9**] 仮想仕事の式（**??**）に図 2.1 に示す仮想の変位系：

$$\begin{cases} \overline{u}_1 = \overline{u}_2 = \overline{u}_3 = \overline{u}_4 = 1 \\ \overline{\delta}_1 = \overline{\delta}_2 = \overline{\delta}_3 = 0 \end{cases} \tag{2.3}$$

を代入する．これらは式（**??**）を満たす．すると

$$0 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \tag{2.4}$$

を得る．これは式（**??**）の各式を加えた式であり，力学的にはこのつりあい系に作用する外力の和は 0 であることを示している．[**例 1.11**] 図 2.2(a) に示すように左端の境界が u_1 だけ変位し，さらにすべてのばねの伸びがわかっているとする．このときヒンジ 3 における変位 u_3 を計算する方法を説明する．この問題は 1 次元であるから，解が $u_3 = u_1 + \delta_1 + \delta_2$ であることは明らかであるが，あえて仮想仕事の式を適用しよう．この場合，荷重系が仮想となるので仮想荷重の原理（といっても仮想仕事の式（**??**）と同

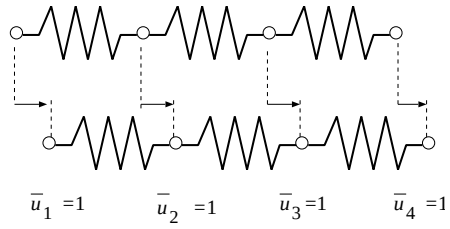
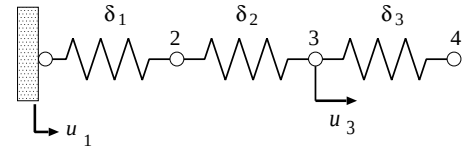


図 2.1　３本ばね構造の仮想変位（2）

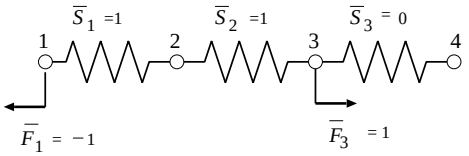
じ）である式（??）を用いる．右辺の形から $\overline{F}_1 = -1$，$\overline{F}_3 = 1$，$\overline{F}_2 = \overline{F}_4 = 0$ なる図 2.2(b) のような仮想のつりあい系を想定すれば，式（??）から明らかに $\overline{S}_1 = \overline{S}_2 = 1$，$\overline{S}_3 = 0$ なので，式（??）から

$$\delta_1 + \delta_2 = -u_1 + u_3 \tag{2.5}$$

を得る．これは先に述べた解と等価である．



(a) 実際の変位の系



(b) 仮想のつりあい系

図 2.2 既知の境界変位が与えられた場合