

例題：移相型発振回路

目次

1	Spice	2
2	Octave	5
3	実験	6
4	周波数特性	7

1 Spice

LCR 直列共振回路では特性方程式の解の実部は負になり、過渡現象としては必ず減衰して平衡点に近づいていく。特性方程式の解の実部が正になるような回路はつくれるだろうか。この場合は微分方程式の解は平衡点から放れていくようになり、不安定な平衡点と呼ばれる。回路中に増幅作用を入れると、不安定な平衡点も作り出すことができ、発振回路に利用される¹。

図 1.1 のような 3 個のキャパシタから成る回路を考える。右端にある E1 は電圧制御電圧源で、数字は電圧を -28 倍していることを示している。この場合の電圧 V_o 波形と 3 つのキャパシタの電圧波形を示したのが最も上の波形である。安定な平衡点へ漸近している様子が確認できる。また、電圧増幅率を -29 、 -30 倍にしたのがそれぞれ中と下の図である。 -29 倍の場合は周期振動、 -30 倍の場合は振幅が大きくなっているため、不安定な平衡点になっている。不安定な平衡点から離れた後は、この場合周期振動に移行している。

¹この発振回路は不安定な平衡点から離れたあとにおちつく振動を利用している。発振回路により交流を作ることができる。電磁波の放射や LSI のクロックなどいろんなところに使われている。

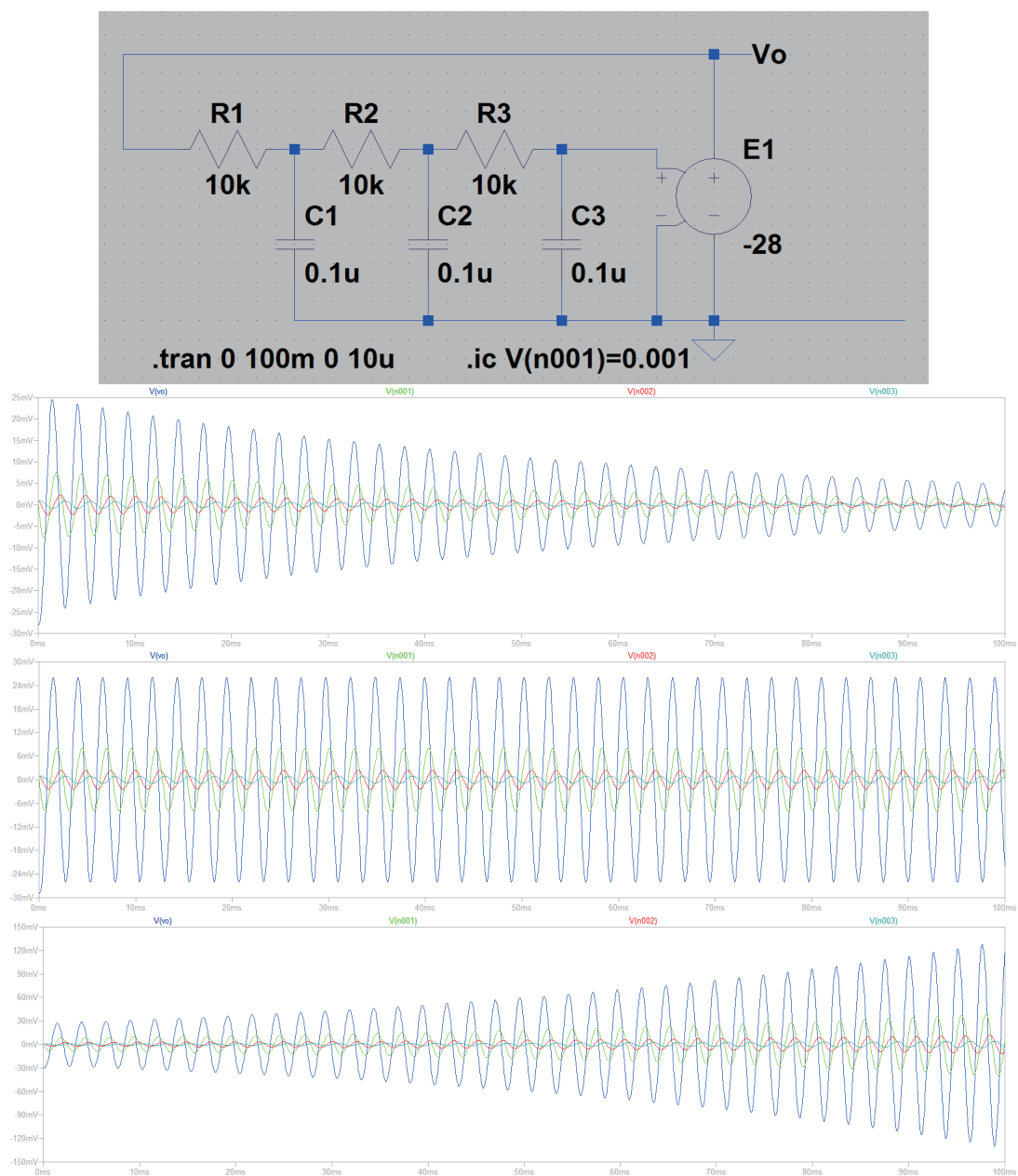


図 1.1: 動作点からの変分を表す回路と増幅率による波形の違い

実際に回路を組む場合は、電圧制御電圧源の部分をつランジスタで構成する。回路図と波形は図 1.2 のようになる。上側の波形は直流電圧 V_{cc} が 3V の場合、下側は 1.5V の場合である。電圧が小さい場合 (1.5V) は増幅率の大きさが小さく、平衡点が安定であるが、電圧を大きくすると増幅率の大きさが大きくなり、平衡点は不安定になる。平衡点から離れていったあとには周期振動が発生している。

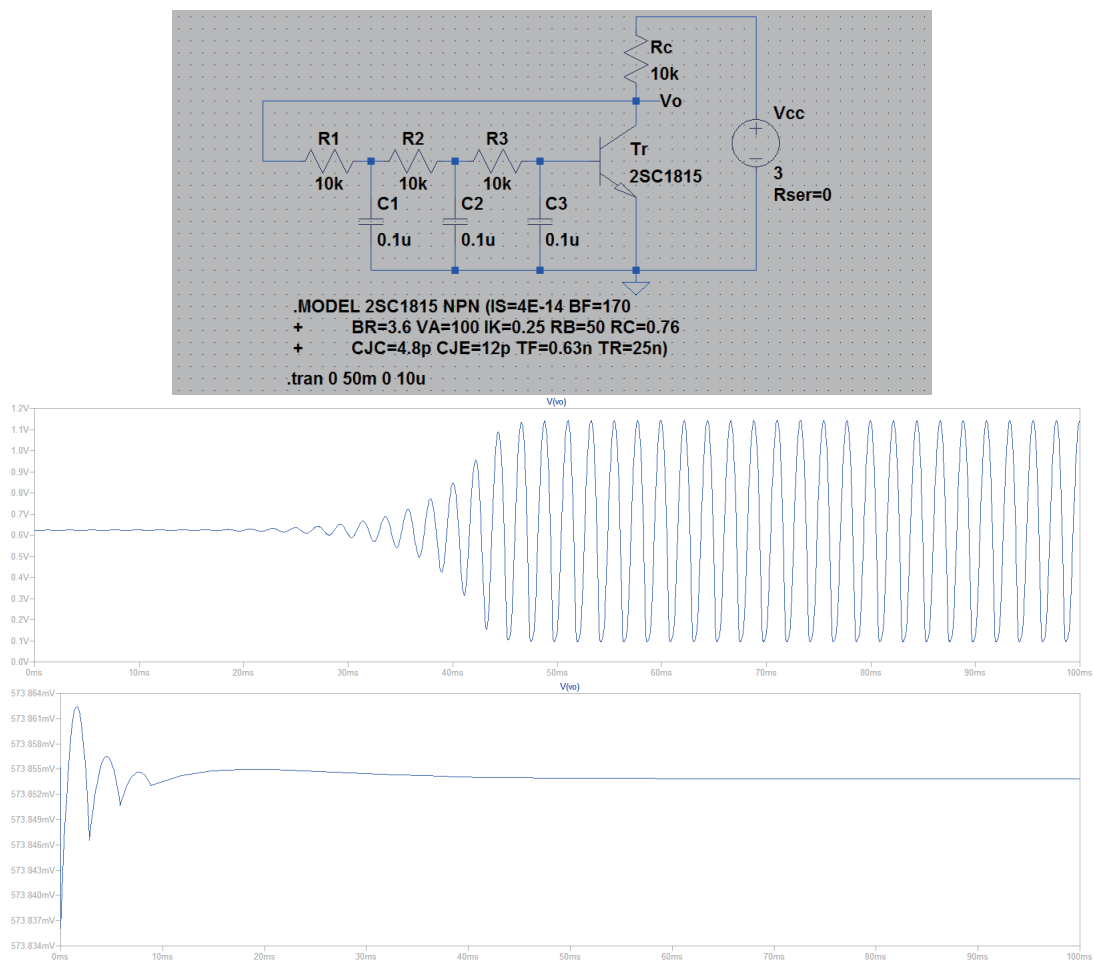


図 1.2: 発振回路の Spice シミュレーション

下図のように C1 と C2 の電圧を相平面にとって描くと平衡点から出発して周期軌道に移行する様子がよくわかる。

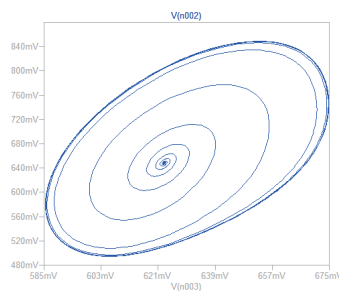


図 1.3: 相平面上の軌道

- 増幅率を少しずつ変化させて平衡点の安定性が変わる様子を見てみよう。
- 電源電圧を少しずつ変化させて平衡点の安定性が変わる様子を見てみよう。

2 Octave

安定性が変化する様子を固有値を用いて考える。3個のキャパシタの容量を等しく C とおき、3個の抵抗も等しく R とする。また電圧増幅率を A_v とすると、3個の容量の電圧 v_1, v_2, v_3 に関する回路方程式は次のようになる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{RC} \begin{bmatrix} -2 & 1 & A_v \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

係数 $1/RC$ は固有値の大きさにのみ影響し、実部の正負には関係ないので、 RC に依存しない行列の部分だけで考える。 $A_v = -28$ のとき octave で固有値を表示すると

```
-4.96740 + 0.000000i      0      0
      0 -0.01630 + 2.41615i      0
      0      0 -0.01630 - 2.41615i
```

となる。1個の実固有値と2個の複素共役固有値をもち、固有値の実部はすべて負である。 $A_v = -29$ にすると、

```
-5.000000 + 0.000000i      0      0
      0 -0.000000 + 2.44949i      0
      0      0 -0.000000 - 2.44949i
```

複素共役の固有値の実部が0になる。つまり、ちょうど虚軸上に固有値が来る。さらに、 $A_v = -30$ のときは

```
-5.03193 + 0.000000i      0      0
      0  0.01596 + 2.48202i      0
      0      0  0.01596 - 2.48202i
```

複素共役固有値の実部は正になる。このように、 $A_v = 29$ を境にして不安定化していることがわかる²。

- 位相平面上に軌道を描いてみよう。
- 増幅率によって固有値がどのように変化するか複素平面上にプロットしてみよう。
- 固有ベクトルはどのように解釈できるだろうか。

² $A_v = -29$ という値はテキスト 12 章のように発振条件として求めることができる。

- CR を変えると現象はどのように変わるだろうか。
- 発振の仕組みをテキスト 12 章を用いて考えてみよう。
- CR を 4 段にするとどうなるか。

3 実験

実際に図 1.2 の回路を組んで実験すると図 3.1 のような結果が得られる。この場合は直流電源の代わりに矩形波を入力しているため、立ち上がり時に過渡現象がみられる。上の図では 0V と 1.4V の矩形波であるが、減衰振動になっている。一方下の図では 0V と 1.5V の矩形波であるが、この場合は発振している。

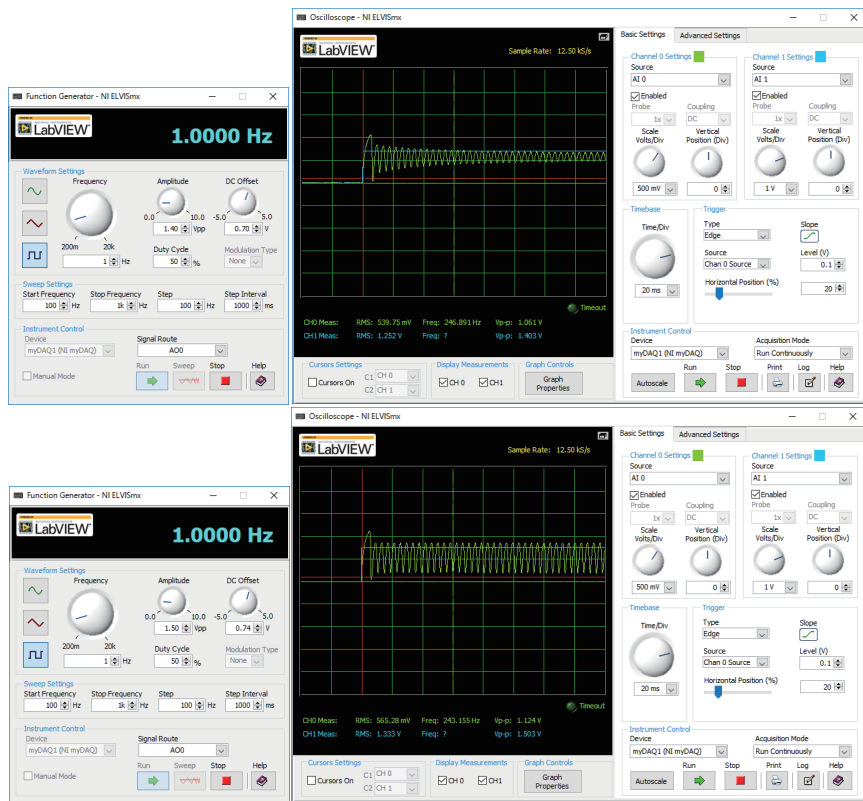


図 3.1: 発振回路の実験 (上は電源が 1.4V、下は電源が 1.5V のとき)

- 実際に現象を観察してみよう。
- CR を 4 段にするとどうなるか。

4 周波数特性

RC 回路の周波数特性と発振の関係について考えてみよう³。

³テキスト 12 章も参考になる