

第6章

大気境界層

6.1 参考書

○和書

- 気象学のプロムナード No.4 「大気境界層の科学」 近藤純正 著、東京堂出版、1982
- 大気科学講座 1 地表に近い大気、竹内清秀・近藤純正 著、東京大学出版会、1981
- 微細気象学—大気境界層の構造と観測—、J. C. Kaimal 著、光田寧・山田道夫訳、技報堂出版、1993
- 水環境の気象学、近藤純正 編著、朝倉書店、1994

○洋書

- Turbulence and Diffusion in the Atmosphere : Lectures in Environmental Sciences, by A. K. Blackadar, Springer, 1998
- An Introduction to Boundary Layer Meteorology, by R. B. Stull, Kluwer Academic Publishers, 1988
- Lectures on Air Pollution Modeling, Ed. by A. Venkatram and J. C. Wyngaard, AMS, 1988
- The Structure of Atmospheric Turbulence, by J. L. Lumley and H. A. Panofsky, Monographs and Texts in Physics and Astronomy. Vol 12. Interscience Publ., Jon Wiley & Sons, 1964
- Statistical Fluid Mechanics, Vols 1 & 2, by A. S. Monin and A. M. Yaglom, MIT Press, 1971

6.2 大気境界層の定義

ここでは、「地球表面の影響を直接に受け、1時間かそれ以下の地表の強制力に応答する対流圏の最下層」と定義しておく。

地表の強制力としては

- 摩擦
- 蒸発散 (潜熱輸送)
- 顕熱輸送
- 地形による風の場の変形

が考えられる。

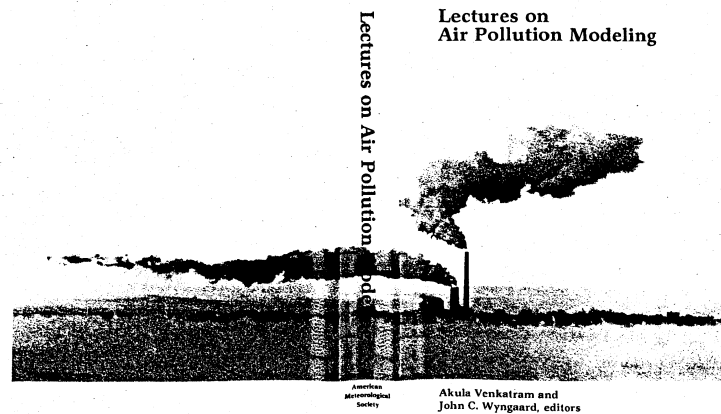


図 6.1 寒い 2 月のマサチューセッツ州で観察された、強い逆転層があるときの大気の流れの可視化例。高い煙突は 150 m, 低い煙突は 75 m, 下は霧。(Venkatram and Wyngaard, “Lectures on Air Pollution Modeling”, (1988) より)

6.3 大気境界層の構造

境界層の厚さは時間と場所により数百 m から数 km まで変化する。

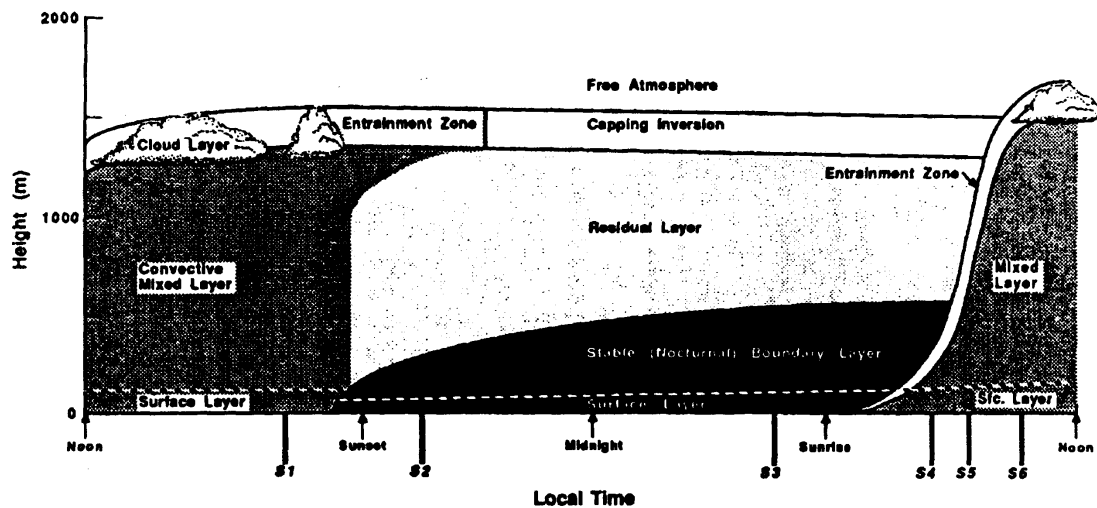


Fig. 1.7 The boundary layer in high pressure regions over land consists of three major parts: a very turbulent mixed layer; a less-turbulent residual layer containing former mixed-layer air; and a nocturnal stable boundary layer of sporadic turbulence. The mixed layer can be subdivided into a cloud layer and a subcloud layer. Time markers indicated by S1-S6 will be used in Fig. 1.12.

図 6.2 大気境界層の日変化の模式図 (Stull, “An Introduction to Boundary Layer Meteorology”, (1988) より)

図で使われている用語：

Capping Inversion 逆転層

Convective Mixed Layer 対流混合層

- Entrainment Zone エントレインメント帯 (層)
- Free Atmosphere 自由大気
- Residual Layer 残余層
- Stable (nocturnal) Boundary Layer 安定 (夜間) 境界層
- Surface Layer 接地 (境界) 層

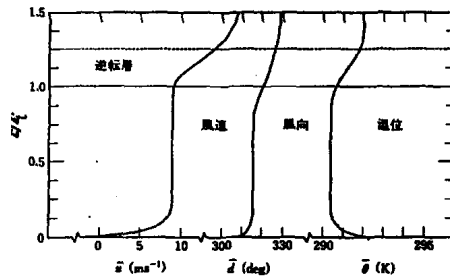


図-1.2 対流境界層における平均風速、風向および温度のプロファイル

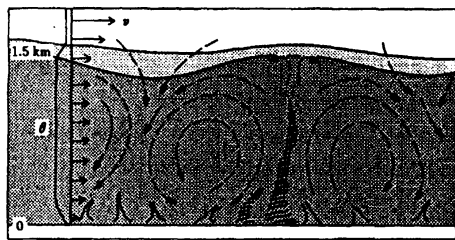


図-1.3 対流境界層における大規模な渦環と上空の逆転層からの空気のエントレインメントを示す概念図

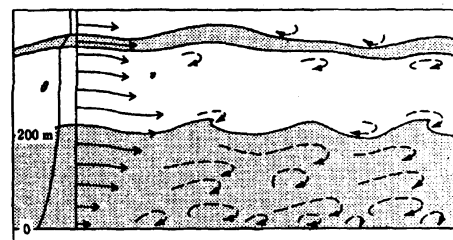


図-1.4 安定境界層における乱れの構造と波動の概念図

図 6.3 大気境界層内部構造の模式図：上は平均的構造，下は対流混合層と夜間安定層内の流れの模式図。(Kaimal, 「微細気象学—大気境界層の構造と観測—」、(1993) より)

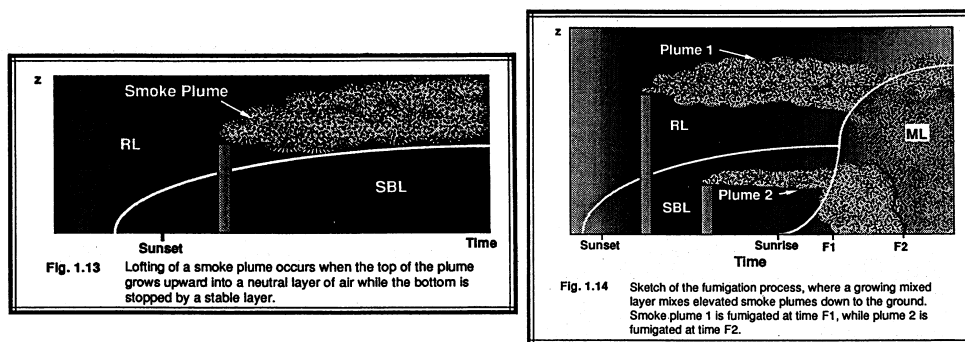


図 6.4 燻し現象の模式図 (Stull, “An Introduction to Boundary Layer Meteorology”, (1988) より)

オーストラリア Wangara における境界層観測とシミュレーション

この仮温度分布図 (図 6.5) のように、境界層の厚さは時間と場所により数百mから数 km まで変化する。昼間のほぼ仮温度一定の対流境界層または混合層 (1km 程度) と夜間の安定層 (100 m程度) の移り変わりも見ることができる。

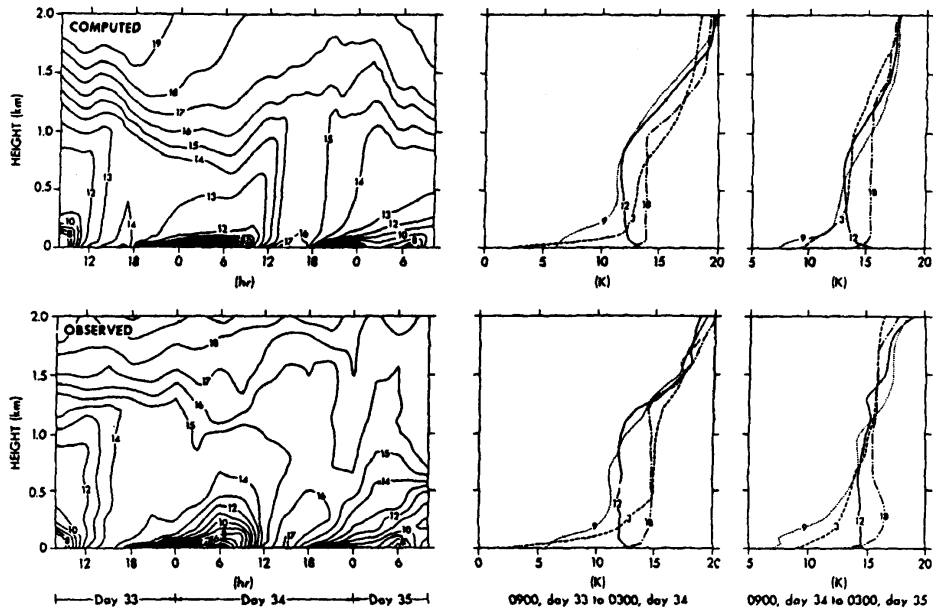


Fig. 11. Observed and calculated atmospheric boundary layer and vertical and temporal variations of mean virtual potential temperature -273°K . Units are degrees Kelvin.

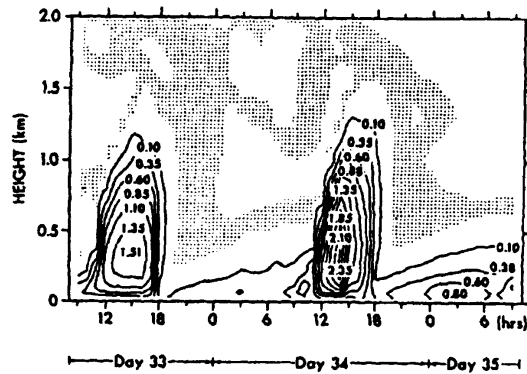


Fig. 14. Time and space variation of computed q^2 (twice the turbulent kinetic energy); units are square meters per second. The stippled areas indicate regions where $10^{-3} < q^2 < 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$.

図 6.5 Wangara での境界層観測結果とそのシミュレーション。(Yamada and Mellor, “A simulation of the Wangara atmospheric boundary data”, (1975) より)

6.4 平均量と変動成分

6.4.1 平均と変動

- 境界層内の平均場と変動場の観測例
- 平均の種類

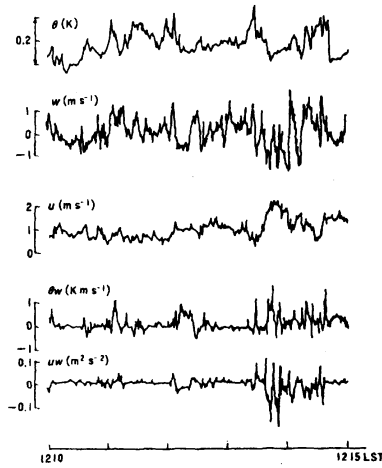


図 1.2 水平および鉛直方向の風速変動 (u, w) と気温変動 θ の記録 (気象研究所, 花房龍男氏の好意による。参考のため、それらの相関も付記する)。1977年7月26日の日中、東京都豊島区の気象研究所境内において、超音波風速温度計を使用した測定である。当日は晴天、測定高度は地上10mである。なお $U \approx 2 \text{ m s}^{-1}$, $\Delta u \approx -500 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$, $\Delta w \approx 50 \text{ K cm s}^{-1}$ (10 min 平均値)。

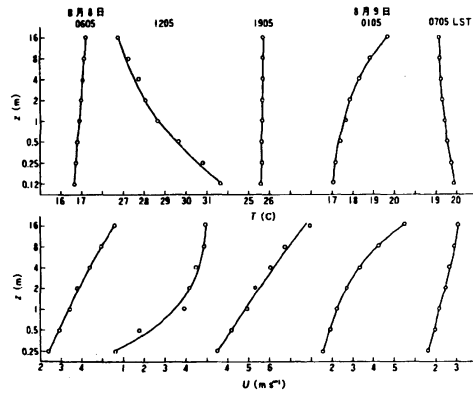


図 1.3 平均気温 T および平均風速 U のプロファイル。1956年、米国ネブラスカ州オネールで行なわれた観測資料 (Barad, 1956) による。小型3杯風速計および銅・コンスタンタン熱電対を使用、20 min の平均値。

図 6.6 変動と平均量の観測例。(竹内清秀・近藤純正、「地表に近い大気」、(1981) より)

1. 時間平均

$$\bar{A}_{(x)}^t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_{(i,x)} \quad , \quad \bar{A}_{(x)}^t = \frac{1}{T} \int_0^T A_{(t,x)} dt$$

2. 空間平均

$$\bar{A}_{(t)}^x = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N A_{(t,j)} \quad , \quad \bar{A}_{(t)}^x = \frac{1}{L} \int_0^L A_{(t,x)} dx$$

3. アンサンブル平均

$$\bar{A}_{(t,x)}^e = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_{k(t,x)}$$

- アンサンブル平均と他の平均との差 (収束性) 実験室なら同じ条件の下で実験を繰り返し、アンサンブル平均をとることができる。実験誤差を小さくするためにもその方が望ましい。

しかし、現実大気では全く同じ条件の下での観測を積み重ねることができないので、アンサンブル平均をとることは不可能である。したがって他の2つの平均を用いざるをえない。

場が一様で定常ならば、十分大きな集合に対する平均をとると、各平均によって結果の差はない (エルゴード定理)。逆にいえば、それらの条件が満たされていない現実大気では、各平均によって差がでてしまうので統計処理の際には注意が必要である。

6.4.2 乱れの強さと変動の形

・ 乱れの強さの定義と観測例

1. 乱れの強さの定義 1 : 標準偏差を用いたもの

$$\frac{\sigma_u}{U} \quad , \quad \frac{\sigma_v}{U} \quad , \quad \frac{\sigma_w}{U}$$

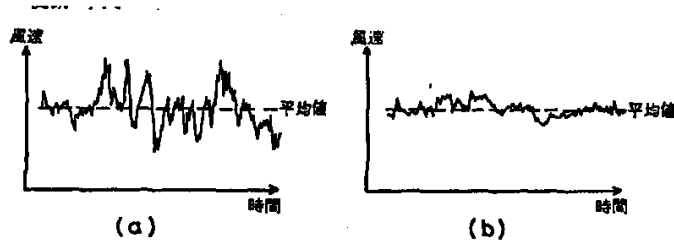


図 2.6 風速変動の例。乱れの強さは (a) のほうが (b) より大きい



図 2.7 観測時間の長さ T によって乱れの強さが変わること示す図。T₁ の時間で定義された乱れの強さは T₂ のそれより大きくなる。図 1.13 で示した乱れの大きさの定義も参照のこと

ただし

$$\sigma_u \equiv (\overline{u'^2})^{1/2}, \quad \sigma_v \equiv (\overline{v'^2})^{1/2}, \quad \sigma_w \equiv (\overline{w'^2})^{1/2}$$

は、風の変動成分の標準偏差。

2. 乱れの強さの定義 1' : 摩擦速度で規格化

$$\frac{\sigma_u}{u_*}, \quad \frac{\sigma_v}{u_*}, \quad \frac{\sigma_w}{u_*}$$

ただし u^* は、摩擦速度である。乱れは地表面粗度の大きいところでは大きくなるが、 u^* も大きくなるので、この定義では地表面粗度への依存性が小さくなる。

3. 乱れの強さの定義 2 : 分散を用いたもの

$$\overline{u'^2}, \quad \overline{v'^2}, \quad \overline{w'^2}$$

• skewness(歪み度):

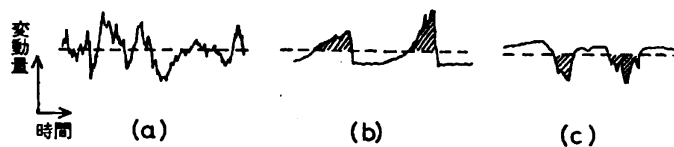


図 2.8 変動成分の形の違い例。ゆがみ度は (a) で小さく (b) で大きい、また (c) では負である

(a) は平均値のまわりに対称的に分布している。

(b) は (a) と平均値や乱れの強さが同じ程度だが、負の値をとることが多く、時おり正の大きな値をとる。

このように各瞬間毎の乱れの大きさの頻度分布が正規分布からずれている程度を歪み度 (Skewness)

$$\frac{\overline{u'^3}}{(\overline{u'^2})^{3/2}}$$

で示す。

(a) は歪み度は小さく、(b),(c) で正と負になる。

(b) は日中、地面が熱せられて熱気泡が上昇するような場合、(c) はその逆の場合に見られる。

- その他、Flatness(平坦度)または尖度 (Kurtosis) というものもある。
- **フラックス**：「単位時間に単位面積を通じて輸送される量」

平均風によるフラックスの例

$$\bar{W} \cdot \bar{q} \quad , \quad \bar{U} \cdot \bar{\Theta} \quad , \quad \bar{U} \cdot \bar{W}$$

乱れによるフラックスの例

$$\overline{w' \cdot q'} \quad , \quad \overline{u' \cdot \theta'} \quad , \quad \overline{u' \cdot w'}$$

大気の乱流が完全にはランダムではない、つまり構造を持っているため、乱れによるフラックスがゼロでない。

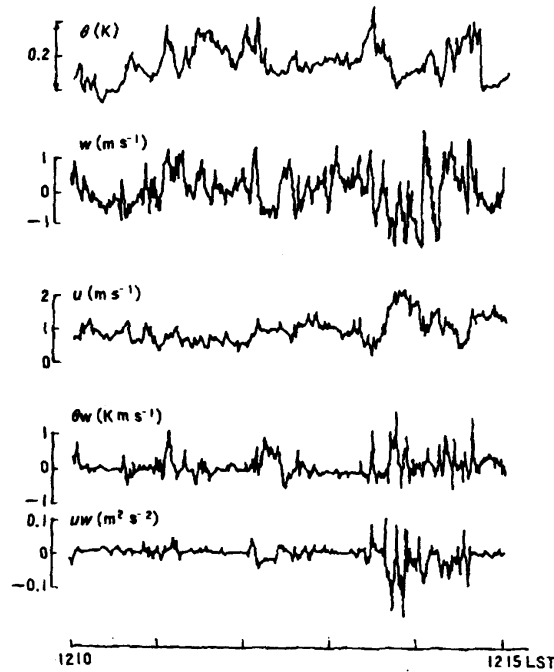


図 1.2 水平および鉛直方向の風速変動 (u, w) と気温変動 θ の記録 (気象研究所, 花房龍男氏の好意による。参考のため、それらの相関も付記する)。1977年7月26日の日中、筑波学園都市の気象研究所構内において、超音波風速温度計を使用した測定である。当日は晴天、測定高度は地上10mである。なお $\bar{U} \approx 2 \text{ m s}^{-1}$, $\overline{uw} \approx -500 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$, $\overline{\theta w} \approx 50 \text{ K cm s}^{-1}$ (10 min 平均値)。

図 6.7 乱れによるフラックスの観測例。(竹内清秀・近藤純正、「地表に近い大気」、(1981)より)

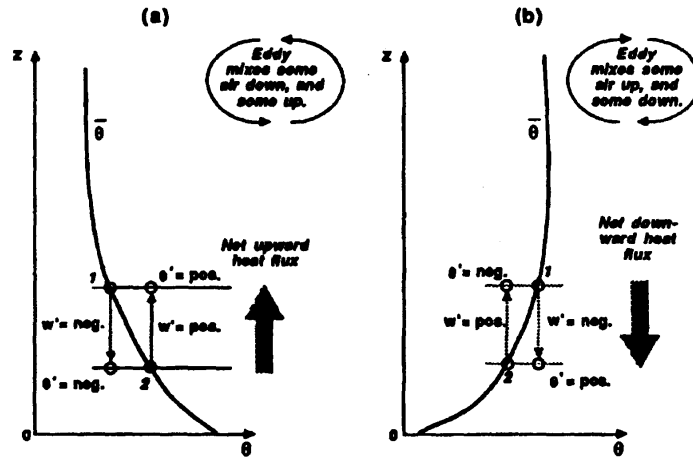


Fig. 2.12 Idealization of the small eddy mixing process, showing (a) net upward turbulent heat flux in a statically unstable environment, and (b) net downward turbulent heat flux in a stable environment.

図 6.8 乱れによる輸送の説明 (Stull, “An Introduction to Boundary Layer Meteorology”, (1988) より)

- 共分散 (covariance)

定義 $\overline{a' \cdot b'}$ 例 $\overline{u' \cdot w'}$, $\overline{w' \cdot \theta'}$

6.4.3 安定度

- (Bulk) Richardson Number

$$Ri = \frac{\frac{g}{\Theta} \frac{d\Theta}{dz}}{\left(\frac{dU}{dz}\right)^2}$$

- Flux Richardson Number

$$Rf = \frac{\frac{\overline{gw'\theta'}}{\Theta}}{u'w' \frac{dU}{dz}}$$

これは、浮力によるエネルギー散逸（生成）とシアーによるエネルギー生成の比になっている。

(以下の「復習」参照)

乱流フラックスは平均場の勾配に比例すると仮定すると：

$$Rf = \frac{\frac{\overline{gw'\theta'}}{\Theta}}{u'w' \frac{dU}{dz}} = \frac{\frac{g}{\Theta} K_h \frac{d\Theta}{dz}}{K_m \frac{dU}{dz} \frac{dU}{dz}} = \frac{K_h}{K_m} Ri$$

<復習>

- 方程式系

境界層では温位の変化が小さく鉛直スケールも小さいので、Boussinesq 近似を用いて良い。

- 運動方程式 (Navier-Stokes eq.)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - f v + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{\rho_0} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + f u + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho_0} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\rho}{\rho_0} g + \frac{\mu}{\rho_0} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

ここで ρ_0 は平均場の密度。

成層の効果が鉛直の重力加速度の部分のみにかかっていることに注意。また、ニュートン流体（流体の運動による応力と歪み速度が比例する流体）を仮定し、かつ、粘性率を定数としてある。

- 熱力学第1法則

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = Q$$

ただし、 Q は非断熱項（拡散項も Q に含めておく）

なお、粘性係数 μ を密度 ρ で割ったものを動粘性率 ν といい、大気では $\nu \approx 1.467 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ sec}^{-1}$ 程度。

地表近くの大気の典型的な平均風のシア（ 0.5 sec^{-1} 程度）をつかうと、分子粘性による応力は $7 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ sec}^{-2}$ の程度と、非常に小さい。

○エネルギー方程式

平均場のエネルギー方程式

物理量 ϕ を平均と乱れとに分ける：

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (6.1)$$

平均の取り方は時間平均、空間平均、アンサンブル平均のどれかは特定しないことにする。よって、時間微分、空間微分は必ずしもゼロではない。

Boussinesq 流体の運動方程式の物理量を式 (6.1) のように分離したのちに平均をとると、平均場の運動方程式になる。例えば、 x 方向の平均場の運動方程式は以下のようになる。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - f \bar{v} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \nu \nabla^2 \bar{u} - \left(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right)$$

最後の項は Reynolds 応力による平均流の変化を示す。

レイノルズ応力の地表近くの典型的な値は $5 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ sec}^{-2}$ 程度なので、少なくとも地表近くでは圧倒的にレイノルズ応力が分子粘性による応力より大きい。よって、大気の議論では分子粘性は通常考えず、非粘性流体を対象としている。ただし、考えているスケール以下の乱れの効果は（渦粘性として）考慮に入れる場合が多い。

平均流の運動方程式（分子粘性を省く）に各方向の運動量を乗じて整理すると、平均場の運動エネルギーの式になる：

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial E_S}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial E_S}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial E_S}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial E_S}{\partial z} \\
&= -\bar{\rho} \bar{w} g - \left(\frac{\partial \bar{u} \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v} \bar{p}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w} \bar{p}}{\partial z} \right) \\
& - \rho_0 \bar{u} \left(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right) - \rho_0 \bar{v} \left(\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \right) \\
& - \rho_0 \bar{w} \left(\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{6.2}$$

ただし、 E_S は平均場の運動エネルギーである。

$$E_S \equiv \frac{\rho_0}{2} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2)$$

平均運動エネルギーの式 (6.2) をもう少し整理すると、

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial E_S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ E_S \bar{u} + \rho_0 (\overline{u u'^2} + \overline{v u'v'} + \overline{w u'w'}) + \bar{u} \bar{p} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \{ \} + \frac{\partial}{\partial z} \{ \} \\
&= -\bar{\rho} \bar{w} g + \rho_0 \left(\overline{u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{u'v'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \dots \right)
\end{aligned}$$

となる。

乱流のエネルギー方程式 運動方程式から平均場の運動方程式を引くと、擾乱の運動方程式になる：

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial u'}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial u'}{\partial z} + u' \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} \\
&= f v' - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} + \left(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right)
\end{aligned}$$

これに、乱流の運動量を乗じ平均して整理すると

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial E_T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ E_T \bar{u} + \rho_0 (\overline{u'^3} + \overline{u'v'^2} + \overline{u'w'^2}) + \overline{u'p'} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \{ \} + \frac{\partial}{\partial z} \{ \} \\
&= -g \overline{\rho' w'} - \rho_0 \left(\overline{u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{u'v'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \dots \right)
\end{aligned}$$

ここで E_T は擾乱の運動エネルギー：

$$E_T \equiv \frac{\rho_0}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$$

各項の意味

E_S , E_T 共に、その時間変化は：

- (i) 各種フラックスの発散 (左辺第2項)
- (ii) 位置エネルギーとの変換 (右辺第1項)
- (iii) Reynolds 応力による平均場と擾乱場とのエネルギー変換 (右辺3項)

に起因することがわかる。

<復習終了>

6.4.4 Closure problem

通常、測定するのはなんらかの平均量である。それらの量の時間変化を支配する式を求めるためには、Navier-Stokes 方程式に平均操作をしてやればよい。これは (1) 式である。ところが、擾乱の 2 次の項 (Reynolds 応力) が現れる。この項の時間変化は乱流の運動方程式に乱流の 1 次の項を乗じて平均すると Reynolds 応力の予報式が得られるが、すぐわかるように、2 次相関である Reynolds 応力の方程式にはより高次の 3 次相関の項が現れる。3 次相関の方程式を作れば 4 次が現われる。これはいつまでも続くので、何かの近似または仮定 (パラメタリゼーション) を導入して、どこかで打ち切らなければ解けない。(閉鎖問題または Closure Problem)。これは、「乱流理論」や「境界層理論」の重要なテーマのひとつ。

6.5 境界層理論

6.5.1 1 次の closure : K-theory

1 次の closure では時間変化の方程式に (0 次である) 平均量しかでてこないようにする。平均場の時間変化を表す式は

$$\begin{aligned} \frac{D\bar{u}}{Dt} &= fv - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} - \left(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right) \\ \frac{D\bar{\theta}}{Dt} &= - \left(\frac{\partial \overline{u'\theta'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'\theta'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'\theta'}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (6.3)$$

ただし、

$$\frac{D\bar{u}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z}$$

また、分子拡散項は落としてある。上の式には 2 次モーメント ($\overline{u'w'}$ や $\overline{w'\theta'}$ など) が含まれているので、これらの乱流フラックス項をパラメタライズして平均量で表さなければ、実際に計算することができない。K-理論では任意の物理量 q に対し

$$\overline{u'q'} = -K \frac{\partial \bar{q}}{\partial x}, \quad \overline{v'q'} = -K \frac{\partial \bar{q}}{\partial y}, \quad \overline{w'q'} = -K \frac{\partial \bar{q}}{\partial z}$$

と近似する。このパラメーター K は渦粘性係数とか渦拡散係数と呼ばれる。たとえば、運動量や温度のフラックスは、

$$\overline{u'w'} = -K_m \frac{\partial U}{\partial z}, \quad \overline{\theta'w'} = -K_h \frac{\partial \Theta}{\partial z}$$

となる。また、成層がほぼ中立および不安定な条件での観測では、それぞれ

中立 : $K_h \approx 1.35K_m$

不安定： $K_h \approx 2.5K_m$

となることが知られている。

(a) 理論的背景：プラントルの混合距離理論 (1925)

鉛直方向に勾配を持つ物理量 S の乱流による輸送を考える。もし、乱流が小さな気塊を $z - dz$ から z まで dz だけ鉛直に移動させたとすると、周囲が $\bar{S}(z)$ の所に $\bar{S}(z - \delta z)$ の部分ができただけになるので z での変動量 S' は

$$\begin{aligned} S' &= \bar{S}(z - \delta z) - \bar{S}(z) \\ &= \left\{ \bar{S}(z) + \frac{\partial \bar{S}}{\partial z}(-\delta z) + \dots \right\} - \bar{S}(z) \\ &= -\frac{\partial \bar{S}}{\partial z} \delta z \end{aligned} \quad (6.4)$$

乱流による鉛直風速の変動 w' と水平風速の変動とは比例していると仮定すると（観測でもほぼ比例していることが認められる）、 $dU/dz > 0$ では $w' = -cu'$ 、 $dU/dz < 0$ では $w' = cu'$ と思われる。 u' は上式より $u' = -(dU/dz)\delta z$ と書けるから

$$w' = c \left| \frac{dU}{dz} \right| \delta z$$

となる。故に w' による物理量 S のフラックスは

$$\overline{S'w'} = -c \left| \frac{dU}{dz} \right| \frac{\partial \bar{S}}{\partial z} \overline{\delta z^2} = -K_E \frac{\partial \bar{S}}{\partial z} \quad (6.5)$$

ただし

$$K_E \equiv l^2 \left| \frac{dU}{dz} \right|, \quad l^2 \equiv c \overline{\delta z^2}$$

この l を混合距離という。

(b) K の式の examples (図 6.9 参照)

地面近くでは、渦は地表の存在のために大きくなれないので、 $l = kz$ という仮定がされることもある。

(c) 適用例

(i) Log profile

混合距離 $l = kz$ と仮定すると、

$$K_E = \kappa^2 z^2 \left| \frac{dU}{dz} \right|$$

この粘性係数で平衡になっている風速分布を求めてみよう。平衡、つまり時間変化しないので

$$0 = \frac{d}{dz} \left(K_E \frac{dU}{dz} \right) = \frac{d}{dz} \left(\kappa^2 z^2 \left| \frac{dU}{dz} \right| \frac{dU}{dz} \right)$$

Table 6-4. Examples of parameterizations for the eddy viscosity, K, in the boundary layer.

Neutral Surface Layer:

$K = \text{constant}$	not the best parameterization
$K = u_*^2 T_0$	where u_* is the friction velocity
$K = U^2 T_0$	where T_0 is a timescale
$K = k z u_*$	where k is von Karman's constant
$K = \kappa^2 z^2 [(\partial \bar{U} / \partial z)^2 + (\partial \bar{V} / \partial z)^2]^{1/2}$	from mixing-length theory
$K = l^2 (\partial \bar{U} / \partial z)^2$	where $l = k(z+z_0) / \{1 + [k(z+z_0)/\Lambda]\}$, Λ = length scale

Diabatic Surface Layer (generally, $K_{\text{statically unstable}} > K_{\text{neutral}} > K_{\text{statically stable}}$)

$K = k z u_* / \phi_M(z/L)$	where ϕ_M a dimensionless shear (see appendix A), and L is the Obukhov length (appendix A)
$K = \kappa^2 z^2 [(\partial \bar{U} / \partial z)^2 + \{(g / \theta_{v*}) (\partial \bar{\theta}_v / \partial z)\}^{1/2}]$ for statically unstable conditions	
$K = \kappa^2 z^2 [(\partial \bar{U} / \partial z)^2 - (L/z)^{1/6} \{(15g / \theta_{v*}) (\partial \bar{\theta}_v / \partial z)\}^{1/2}]$ for statically stable conditions, where $L = -\theta u_*^2 / (15 \text{ kg } \theta_*)$	

Neutral or Stable Boundary Layer

$K = \text{constant}$	see Ekman Spiral derivation in next subsection
$K = K(h) + [(h-z)/(h-z_{SL})]^2 \{K(z_{SL}) - K(h) + (z-z_{SL})[\partial K / \partial z]_{z_{SL}} + 2\{K(z_{SL}) - K(h)\}(h-z_{SL})\}$	this is known as the O'Brien cubic polynomial approximation (O'Brien, 1970), see Fig 6-2, where z_{SL} represents the surface layer depth.

Unstable (Convective) Boundary Layer:

$K = 1.1 [(R_c - R_l) l^2 / R_l] \partial \bar{U} / \partial z $	for $\partial \bar{\theta}_v / \partial z > 0$ where $l = kz$ for $z < 200$ m and
$K = (1 - 18 R_l)^{-1/2} l^2 \partial \bar{U} / \partial z $	for $\partial \bar{\theta}_v / \partial z < 0$ $l = 70$ m for $z > 200$ m.

Numerical Model Approximation for Anelastic 3-D Flow:

$K = (0.25 \Delta)^2 \cdot 0.5 \sum_i \sum_j [\partial \bar{u}_j / \partial x_i + \partial \bar{u}_i / \partial x_j - (2/3) \delta_{ij} \sum_k (\partial \bar{u}_k / \partial x_k)]^2 ^{1/2}$	where Δ = grid size
--	----------------------------

図 6.9 いろいろな渦拡散係数の例 (Stull, "An Introduction to Boundary Layer Meteorology", (1988) より)

$dU/dz > 0$ の場合を考えると、絶対値記号が取れて、

$$0 = \frac{d}{dz} \left(\kappa^2 z^2 \left(\frac{dU}{dz} \right)^2 \right) = 2\kappa^2 z \left(\frac{dU}{dz} \right)^2 + 2\kappa^2 z^2 \frac{dU}{dz} \frac{d^2U}{dz^2}$$

$$\therefore \frac{dU}{dz} + z \frac{d^2U}{dz^2} = 0$$

この解は

$$U = \gamma \ln \left(\frac{z}{z_0} \right)$$

つまり、風速が高度と共に対数的に変化している分布となる。実際、中立の地面近くの大気では対数的に変化している（風速の対数則という）。ここにでてくる z_0 を粗度とよび、地面の摩擦の程度を示すパラメータとなる（図 6.10 参照）。

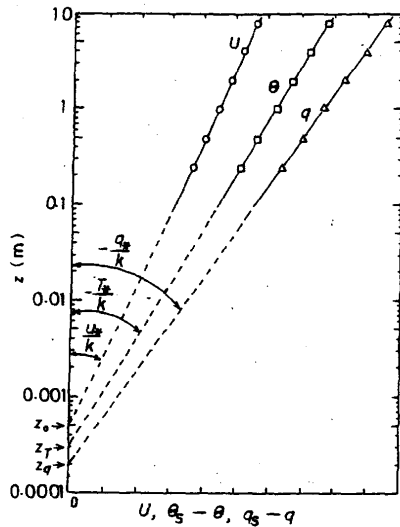


図 5.3 風速 U 、気温 θ 、比湿 q の鉛直分布の観測から粗度 z_0 、 z_T 、 z_q を求める方法
この例の場合 $z_0 = 5 \times 10^{-4} \text{ m}$ 、 $z_T = 3 \times 10^{-4} \text{ m}$ 、 $z_q = 2 \times 10^{-4} \text{ m}$ である。図中の勾配を表す記号中の u_* 、 T_* 、 q_* はそれぞれ摩擦速度、摩擦温度、摩擦比湿である（式 5.51~5.53）。

表 5.2 各種地表面の粗度 z_0 、 z_T 、 z_q の概略値
非常に小さい z_0 については、蒸発量の実測から求める方法による。同一場所であっても、 z_0 は地表面の濡り具合によって日々変化する。 U_{10} は高度 10 m における風速。

地表面状態	z_0 (m)	z_0/z_T	z_0/z_q
大都市	1~5		
田園集落	0.2~0.5	10^2	
森林	0.3~1		
畑や草地	0.01~0.3	10^2	$10^6 \sim 10^7$
樹高 4 m の果樹園	0.5	10	$10^7 \sim 10^{10}$
稲丈 0.1~0.8 m の水田	0.005~0.1	10~100	$10^2 \sim 10^6$
草丈 0.1~1 m の牧草地	0.01~0.15	5~25	$10^6 \sim 10^{10}$
海水や積雪面	$10^{-4} \sim 10^{-2}$		
平らな積雪面	1.4×10^{-4}	1	0.7
水面 ($U_{10} = 2 \text{ m s}^{-1}$)	0.27×10^{-4}	0.34	0.22
水面 ($U_{10} = 12 \text{ m s}^{-1}$)	3.3×10^{-4}	7.9	5.5
平らな裸地	10^{-4}	$1 \sim 10^2$	$1 \sim 10^{10}$

図 6.10 粗度の決定と粗度の値の例（近藤純正、「水環境の気象学」、(1994) より）

(ii) Ekman spiral

定常で ($\partial/\partial t = 0$)、水平一様な ($\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$)、中立成層した ($\partial\theta/\partial z = 0$)、順圧大気（地衡風 U_g, V_g が高さ変化しない）を考える。平均した鉛直流はない ($\bar{w} = 0$) とする。地衡風の風向に x 軸をとると、運動方程式は：

$$-fV = -\frac{du'w'}{dz}$$

$$f(U - U_g) = -\frac{dv'w'}{dz}$$

定数の渦拡散係数 K_m を使った K-理論を適用すると、

$$-fV = K_m \frac{d^2U}{dz^2}$$

$$f(U - U_g) = K_m \frac{d^2V}{dz^2}$$

変形して

$$-fV = K_m \frac{d^2}{dz^2} \left(fU_g + K_m \frac{d^2V}{dz^2} \right) = K_m^2 \frac{d^4V}{dz^4}$$

この4階微分方程式を解くために $z \rightarrow \infty$ で $U \rightarrow U_g$, $V \rightarrow 0$ を考慮して、 $V = A \cdot \exp(\lambda z)$ を仮定すると：

$$-f^2 = K_m^2 \lambda^4 \quad \therefore \lambda = \pm \sqrt{\pm i \frac{f}{K_m}}$$

この内、 $z \rightarrow \infty$ で発散しないように実部が負の根だけをとると

$$\lambda = \sqrt{\frac{f}{2K_m}} (-1 \pm i)$$

$z = 0$ で $V = U = 0$ 、 $z \rightarrow \infty$ で $U \rightarrow U_g$ だから

$$U = U_g [1 - e^{-\gamma z} \cos(\gamma z)]$$

$$V = U_g e^{-\gamma z} \sin(\gamma z)$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{f}{2K_m}}$$

高さ $h_E = \pi/\gamma$ で風向が地衡風と等しくなる（風速は少し大きい）。この高さをエクマン層の高さという。
 $K_m \approx 10 \text{ m}^2/\text{sec}^2$, $f \approx 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$ とすると $h_E \approx 1400 \text{ m}$ となる。

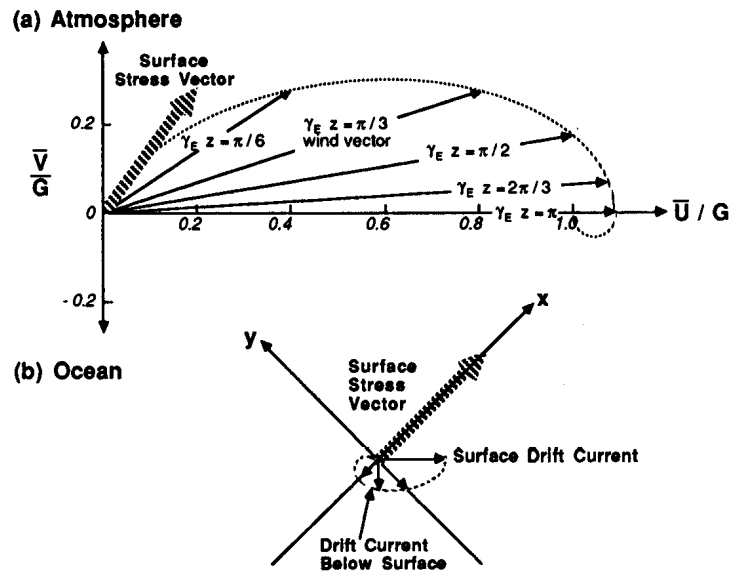


図 6.11 大気と海洋の Elman 螺旋 (Stull, “An Introduction to Boundary Layer Meteorology”, (1988) より)

エクマン層内では風は地衡風ではない⇒等圧線を横切る風 ⇒高気圧では発散、低気圧では収束が起る ⇒鉛直流が起る：このように境界層の摩擦によって風が地衡風からずれ、鉛直流ができることをエクマン・ポンピングという。この循環（鉛直流）によって境界層内の低温度大気が上層に輸送され、自由大気中の擾乱を弱める。摩擦による高低気圧の減衰は、主としてこのエクマン・ポンピングによって引き起こされている。

(d) Refine された K-theory：Mellor & Yamada の level 2

(Mellor, G.L. and T. Yamada, 1974: A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers.

J. Atmos. Sci., **31**, 1791-1807.)

Full のレイノルズ応力方程式を、一様な乱流からのずれが小さいとして簡単化していき、移流項や拡散項も2次として一様乱流からのずれの2次の項まで省略した方程式系を作った。そうすると、乱れに関する予報式はなくなり、K理論の渦拡散係数の表式が非常に複雑なモデルができる。

$$\begin{aligned}
 -(\overline{u'w'}, \overline{v'w'}) &= lq\tilde{S}_M \left(\frac{\partial U}{\partial z}, \frac{\partial V}{\partial z} \right) \\
 -\overline{w'\theta'} &= lq\tilde{S}_H \frac{\partial \Theta}{\partial z} \\
 \tilde{S}_M &\equiv 3A_1 \frac{\gamma_1 - C_1 - (6A_1 + 3A_2)\Gamma/B_1}{\gamma_1 - \gamma_2\Gamma + 3A_1\Gamma/B_1} (\gamma_1 - \gamma_2\Gamma) \\
 \tilde{S}_H &\equiv 3A_2(\gamma_1 - \gamma_2\Gamma) \\
 \gamma_1 &\equiv \frac{1}{3} - \frac{2A_1}{B_1}, \quad \gamma_2 \equiv \frac{B_2 + 6A_1}{B_1} \\
 \Gamma &\equiv \frac{R_f}{1 - R_f}, \quad R_f \equiv \beta g \frac{\overline{w'\theta'}}{u'w' \frac{\partial U}{\partial z} + v'w' \frac{\partial V}{\partial z}} = \frac{\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2}
 \end{aligned}$$

この境界層パラメタリゼーションは、大気境界層の観測や理論との整合を十分に考えて作られている。

6.5.2 1.5 次の closure

(a) TKE の予報 (Mellor & Yamada, 1982) : “level 2.25~2.5”

2次の項まで省略した方程式系 (温位の分散の予測式のみ移流項や拡散項を無視する) を用いる。この省略の仕方は一般には正しくないが、安定から少し不安定な成層中の流れでは使える。強不安定な条件では保証がない。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial q^2}{\partial t} + u \frac{\partial q^2}{\partial x} + \dots &= \text{Prod} + \text{Dissip} + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_q \frac{\partial q^2}{\partial x} \right) \dots \\
 \text{Prod} \equiv \text{Buoy} + \text{Shear} &= \beta g \frac{\overline{w'\theta'}}{\theta} + \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -gK_H \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + K_m \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} q^2 \\
 K_m &= \tilde{S}_M l q, \quad K_m = \tilde{S}_H l q, \quad K_q = \tilde{S}_q q
 \end{aligned}$$

定数の S_M を用いたモデルも、主としてメソスケールモデルや積乱雲のモデルを中心に採用されている。

(b) TKE と 長さを予報 (Yamada, 1983) : “ $q^2 l$ model”

Level 2.5 のモデルだと乱流の長さスケール l の表式に任意性があった。その点を改善するため、長さのスケールも方程式系に取り込んだもの。(a) の乱流エネルギーの予測式に乱流エネルギーと長さスケールの積 $q^2 l$ の予測式を追加する。乱流フラックスと平均場との関係には、level 2 の関係式を使う。

(c) $k - \epsilon$ 方程式 (Rodi, 1985; Detering & Etling, 1985; Kitada, 1987) 工学の分野で主に使われていた乱流モデル。乱流の運動エネルギーとその消散率の予測式を用いる。

$k - \epsilon$ モデルは、現在では、海陸風、境界層、山岳波等の気象の問題に適用されているが、もともとが中立成層流体に適用されていたモデルのため、成層によって変化するべき部分 (例えば、 σ など) が定数になっている。また、Yamada & Mellor 達のモデルと違って、接地層への漸近も考えられていない。そのため、大気のような成層流体を扱うにはまだ不十分な所が残っており、今も種々の改訂版が提案されている。

6.5.3 Monin-Obukov の相似則 (similarity theory)

(a) 相似則と基本スケール

ソ連の Monin と Obukov は 1946～1954 年の一連の論文において、定常で水平方向に一様な（つまり、高さ z だけの関数として表される）接地層を考え、そのなかで起こっている乱流の統計量（平均、分散、スペクトルなど）は高さ z 以外には地表での

摩擦応力 [m^2/sec^2]

$$\frac{\tau_0}{\rho} \equiv -\overline{u'w'}$$

鉛直熱フラックス [$\text{K m}/\text{sec}$]

$$\frac{H_0}{c_p \rho} \equiv \overline{w'\theta'} \equiv Q_0$$

浮力のパラメーター [$\text{m}/\text{sec}^2/\text{K}$]

$$\frac{g}{\Theta}$$

だけで決定されるという仮説を提出した。これが *Monin-Obukov の相似則*。これらの量から次の 3 つの基本スケールを得る。

速度 : 摩擦速度

$$u_* \equiv \left(\frac{\tau_0}{\rho} \right)^{1/2} = (-\overline{u'w'})^{1/2}$$

温度 : 摩擦温度

$$T_* \equiv -\frac{Q_0}{u_*} = -\frac{\overline{w'\theta'}}{u_*}$$

長さ : Monin-Obukov の長さ

$$L \equiv -\frac{u_*^3 \Theta}{\kappa g Q_0} = -\frac{u_*^3 \Theta}{\kappa g \overline{w'\theta'}}$$

ただし、 κ はカルマン定数 (≈ 0.4)。Monin-Obukov の長さ L は、浮力による乱流エネルギー生成と力学的な（シア）による生成との比に関連した量となっている。

相似則が正しいとすると、接地層におけるある統計量 F は、上の基本スケールで作った F と同じ次元を持つ F_* によって $F = F_* \times G_F(z/L)$ と表現されるはず。ここで $G_F(z/L)$ は普遍関数と呼び、 $\zeta \equiv z/L$ のみの関数で、観測によって決定される。相似則が成立しているかどうかは観測によって検証される。

各量の符号は

安定成層のとき

$$\frac{\partial\Theta}{\partial z} > 0 \quad \overline{w'\theta'} < 0, \quad T_* > 0, \quad L > 0$$

中立のとき

$$\frac{\partial\Theta}{\partial z} = 0 \quad \overline{w'\theta'} = 0, \quad T_* = 0, \quad L = \infty$$

不安定成層のとき

$$\frac{\partial\Theta}{\partial z} < 0 \quad \overline{w'\theta'} > 0, \quad T_* < 0, \quad L < 0$$

となる。

(b) 普遍関数

(i) Monin-Obukov の相似則の立証

まず、相似則が成立しているか確かめてみる。相似則が成り立っていたら、風速と気温の鉛直勾配は

$$\frac{dU}{dz} = \frac{u_*}{\kappa L} G_m(z/L) \quad (6.6)$$

$$\frac{d\Theta}{dz} = \frac{T_*}{\kappa L} G_h(z/L) \quad (6.7)$$

で表されるはず。平均風速の鉛直分布は式 (6.6) を ζ で積分して、

$$U(z) = \frac{u_*}{\kappa L} (f_m(z/L) - f_m(z_0/L))$$

$$f_m(\zeta) \equiv \int^{\zeta} G_m(\zeta)$$

ここで、 z_0 は粗度 (roughness) である。

そこで、接地層の風の観測を、例えば

$$\frac{\kappa}{u_*} [U(z) - U(|L|/2)]$$

で整理すると、

$$\frac{\kappa}{u_*} [U(z) - U(|L|/2)] = (f_m(\zeta) - f_m(\pm 0.5))$$

となり、 ζ のみに依存した関数で表わされる。つまり、いろんな場所のいろんな安定度の測定値が一つの曲線上にのるはずである。

この図 6.12 ように測定値が良くまとまっているので、Monin-Obukov の相似則は接地層の現象を良く表していると考えてよい。

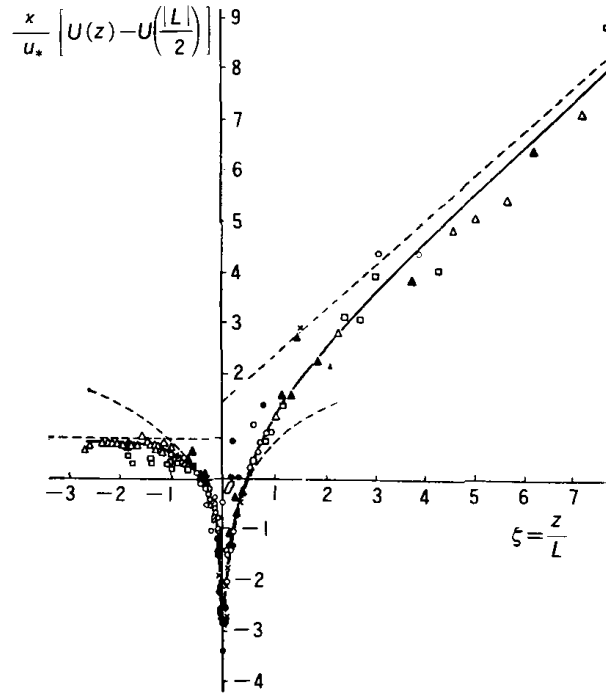


図 1.5 種々の野外観測で得られた平均風速 $U(z)$ と無次元の高さ z/L との関係 (Monin and Obukhov, 1954). 縦軸は普遍関数 $f_m(\zeta) - f_m\left(\pm\frac{1}{2}\right)$ に相当し、観測値がまとまっていることは、相似則の存在の裏づけと考えられる。

図 6.12 普遍関数の確認 (竹内清秀・近藤純正、「地表に近い大気」、(1981) より)

(ii) 普遍関数の形

○安定度が中立に近い場合 ($|L| \gg 1$, $|\zeta| \ll 1$)

成層が中立 ($\zeta = 0$) の場合は特に詳しく調べられていて、観測から次の対数則 (logarithmic law or log law) が成立していることがわかっている。

$$U(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

つまり

$$\frac{dU}{dz} = \frac{u_*}{\kappa} \frac{1}{z} = \frac{u_*}{\kappa L} \frac{L}{z} = \frac{u_*}{\kappa L} \frac{1}{\zeta} \Rightarrow G_m = \frac{1}{\zeta}$$

ここで、 z_0 は「粗度」。式 (6.6) の普遍関数 G_m は $z = 0$ で無限大になるので

$$\phi_m(\zeta) = \zeta G_m(\zeta) \tag{6.8}$$

$$\phi_h(\zeta) = \zeta G_h(\zeta) \tag{6.9}$$

も普遍関数として良く使われる。 $\phi_m(0) = 1$ だから、 $\zeta \ll 1$ で ϕ_m をテイラー展開すると

$$\phi_m(\zeta) = 1 + \beta\zeta + \dots$$

ゆえに

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dz} &= \frac{u_*}{\kappa L} G_m = \frac{u_*}{\kappa L \zeta} \phi_m(\zeta) \approx \frac{u_*}{\kappa L \zeta} (1 + \beta\zeta) \\ \therefore U(z) &\approx \frac{u_*}{\kappa L} \left(\ln \frac{z}{z_0} + \beta \frac{z - z_0}{L} \right) \end{aligned}$$

これは「対数プラス直線則 (log+linear law)」という。

○非常に不安定な場合 ($-\zeta \gg 1$)

これは、 $|L| \ll 1$ のとき (つまり Q_0 が大きく u_* が小さいとき)、または z が大きいときである。接地層では z は大きくないので、 Q_0 に比べて u_* が小さいときになる。すなわち、摩擦速度は重要な量ではなくなり速さのスケールとしては適当でなくなる。そこで、高さのスケールとして z を採用して：

速度：

$$u_f \equiv \left(\frac{zgQ_0}{\Theta_0} \right)^{1/3}$$

温度：

$$T_f \equiv \frac{Q_0}{u_f}$$

長さ： z

摩擦速度や摩擦温度とはつぎの関係がある。

$$\frac{u_f}{u_*} \propto \left(-\frac{z}{L} \right)^{1/3}$$

$$\frac{T_f}{T_*} \propto \left(-\frac{z}{L} \right)^{-1/3}$$

： L の定義を使用

$-z/L \gg 1$ なので、非常に不安定なとき風速変動は大きい、温度変動は小さいことがわかる。

普遍関数は次の形になる：

$$\phi_m \approx \phi_h = \frac{\kappa z}{T_*} \frac{d\Theta}{dz} \frac{\kappa z}{T_*} \frac{T_f}{z} \frac{T_f}{T_*} \propto \left(-\frac{z}{L} \right)^{-1/3}$$

○非常に安定な場合 ($\zeta \gg 1$)

このときは強い成層のために上下運動は著しく制限され、乱れの代表的な長さは地上高 z よりかなり小さくなってしまい、 z は長さのスケールとして不適当である。故に、 L を長さのスケールとして使うのが適当であろう。そのとき、

$$\frac{dU}{dz} \frac{u_*}{L}$$

となる。すなわち、非常に安定な場合の風速シアは z の関数ではない。普遍関数は、

$$\phi_m = \frac{\kappa z}{u_*} \frac{dU}{dz} \frac{\kappa z u_*}{u_* L} \propto \frac{z}{L}$$

$$\phi_h = \frac{\kappa z}{T_*} \frac{d\Theta}{dz} \frac{\kappa z T_*}{T_* L} \propto \frac{z}{L}$$

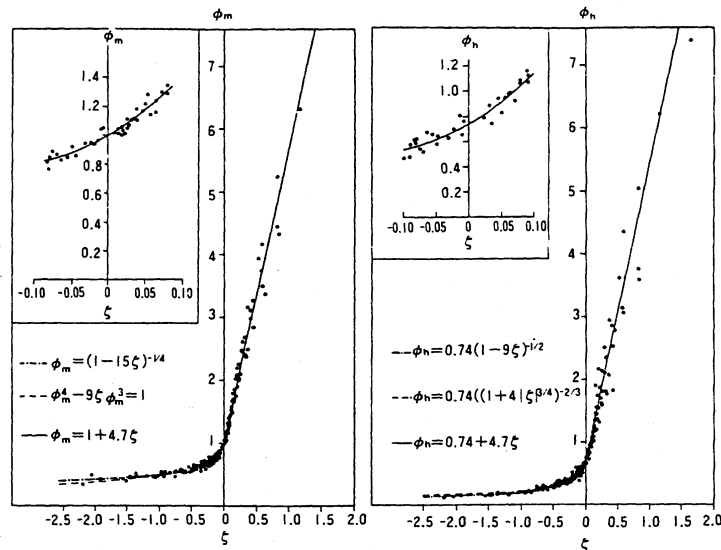


図 1.8 普遍関数 $\phi_m(\zeta)$ の観測値 (Businger et al., 1971). $\kappa = 0.35$.

図 1.9 普遍関数 $\phi_h(\zeta)$ の観測値 (Businger et al., 1971). $\kappa = 0.35$.

* カルマン定数 κ の値 風洞など実験室で得られた $\kappa = 0.4$ が野外でも成立するとして、従来から用いられてきた。しかし最近の精密な野外観測から、この「定数」の考えは多少ゆらいでいる。「最近、微気象の世界では金本位制度が崩れた。0.4 に決まっていたカルマン定数は、不況になってから 0.33 と 0.4 の間を低迷し、たゞいま、地表では 0.35 である」といっている人もある (Tennekes, 1973)。

図 6.13 普遍関数の形 (竹内清秀・近藤純正、「地表に近い大気」、(1981) より)

(iii) 種々の物理量と普遍関数との関係

○運動量輸送

$$u_*^2 = \frac{\tau_0}{\rho} = -\overline{u'w'} = K_m \frac{dU}{dz} \quad \therefore K_m = \frac{u_*^2}{\frac{dU}{dz}} = \frac{\kappa u_* L}{G_m(\zeta)} = \frac{\kappa u_* z}{\phi_m(\zeta)}$$

○熱輸送も同様に、

$$K_m = \frac{u_* T_*}{\frac{d\Theta}{dz}} = \frac{\kappa u_* L}{G_h(\zeta)} = \frac{\kappa u_* z}{\phi_h(\zeta)}$$

○拡散係数の比 (プラントル数)

$$Pr = \frac{K_m}{K_h} = \frac{G_m}{G_h} = \frac{\phi_m}{\phi_h}$$

○ Richardson 数
(Gradient) Richardson number

$$Ri = \frac{g}{\Theta} \frac{d\Theta}{dz} = \frac{g}{\Theta} \frac{T_*}{\kappa L} \frac{G_h}{G_m^2} = \frac{G_h}{G_m^2} = \frac{Pr}{G_m}$$

Flux Richardson number

$$R_f \equiv \frac{g\overline{w'\theta'}/\Theta}{\overline{u'w'}\frac{\partial U}{\partial z}}$$

乱流運動エネルギーの生成項はリチャードソン数を使って書き直すと

$$\frac{dE_T}{dt} = -\overline{u'w'}\frac{\partial U}{\partial z} + g\frac{\overline{w'\theta'}}{\Theta} \dots = -\overline{u'w'}\frac{\partial U}{\partial z}(1 - R_f) \dots$$

となるので、flux Richardson 数が 1 より大きい（浮力による安定化項がシアーによる不安定化項より大きい）と乱流は減衰することがわかる。

なお、K 理論を使ってフラックスを近似すると

$$R_f = \frac{g\overline{w'\theta'}/\Theta}{\overline{u'w'}\frac{\partial U}{\partial z}} = \frac{K_H}{K_m} \frac{g}{\Theta} \frac{\partial\theta/\partial z}{(\partial U/\partial z)^2} = \frac{K_H}{K_m} Ri$$

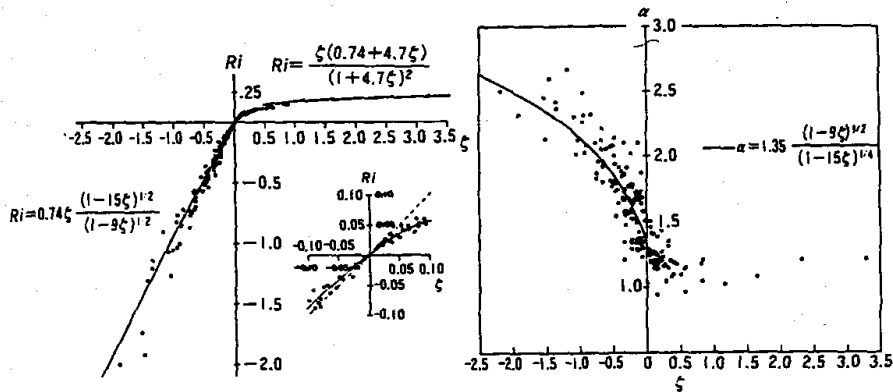


図 1.12 リチャードソン数 Ri と安定度 ζ の関係 (Businger et al., 1971). 図の中の点はカンザス (1968) による.

図 1.13 熱および運動量の拡散係数の比 α と安定度 ζ の関係 (Businger et al., 1971). $\alpha(\zeta) \equiv K_h/K_m = \phi_m/\phi_h$ に注意.

図 6.14 リチャードソン数や拡散係数の変化 (竹内清秀・近藤純正、「地表に近い大気」、(1981) より)

○ KEYPS の式

ϕ の式は安定度によって異なるので、それらをつなぐ内挿式があれば便利である。

内挿式

$$\phi^4 - \gamma\zeta\phi^3 - 1 = 0 \quad (6.10)$$

は Kazanski & Monin (1956), Ellison (1957), Yamamoto (1959), Panofsky (1961) によって提案され、彼らの頭文字をとって KEYPS の式、または Obukov (1946) を追加して O'KEYPS の式と呼ばれる。

KEYPS の式 (6.10) は次のように導ける：

中立の拡散係数 K_n は

$$K_n = \frac{\kappa z u_*}{\phi_m} \propto \kappa z u_* |\zeta|^{1/3}$$

非常に不安定なとき ($\|R_f\| \gg 1, \text{ or } -\zeta \gg 1$) の拡散係数 K_f は

$$K_f = \frac{\kappa z u_*}{\phi_m} \propto \kappa z u_* |R_f|^{1/4}$$

となる。これらの内挿式として

$$K = \kappa z u_* (1 - \gamma R_f)^{1/4}$$

が考えられるが

$$K = \frac{\kappa z u_*}{\phi}, \quad R_f = \frac{\zeta}{\phi}$$

なので式 (6.10) が導かれる。 $\gamma = 10$ という値が使われている。

6.5.4 Canopy の問題

これまでは運動量、ガス、顕熱、潜熱の交換が厚さのない面を通じて行なわれるとしてきた。しかし、植物の生えた畑や森林における物理量の交換は厚さを持つ「キャノピー層」で行なわれる。ちなみに、建築物の立っている町では「都市キャノピー」で物理量の交換が行なわれる。キャノピーとは「蚊帳」とか「天蓋」のこと。

植物群落の上での風速分布を測定すると、裸地と同じように対数分布をしている。ただし、その対数分布における高度の基準は地表面ではなく、植物の上端 ($z = h$) より少し低いところの高度 ($z = d$) になる：

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left(\frac{z - d}{z_0} \right), \quad \text{for } z \geq h$$

この高さ d をゼロ面変位 (高度) (zero-plane displacement) と呼ぶ。植物が密に生えていると $d \approx h$ だが、畑などでは $d \approx 0.7h$ 程度となることが多い。

(a) 簡単なモデルによるキャノピー層内の風速分布

気象のようにレイノルズ数が高い流れ (乱流) の中の物体が受ける抗力は、物体の断面積を a とすると以下のようになることが知られている。

$$F = \frac{1}{2} \rho c a u^2 \quad (6.11)$$

ここの比例定数 c を物体の抵抗係数という。キャノピー層内では葉面や樹幹などによってキャノピーより上の大気より風速が減少する。このキャノピー層内の渦粘性による風速減少が式 (6.11) で表現されるとすると

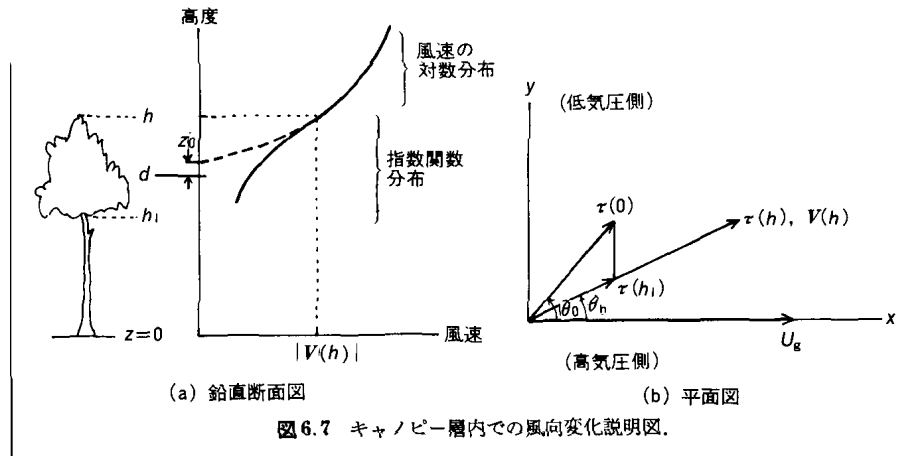


図 6.15 植生によるキャノピー (竹内清秀・近藤純正、「地表に近い大気」、(1981) より)

$$\frac{d}{dz} \left(K \frac{du}{dz} \right) = \frac{1}{2} \rho c a u^2 \tag{6.12}$$

この場合の a は単位体積に含まれる物体の断面積で、葉面積の空間密度と言う。拡散係数 K は混合距離 l を用いると $K = l^2 du/dz$ だが、簡単のため、 $l = \text{一定}$ とし、風速に指数関数を仮定すると式 (6.12) の解は、 $z = h$ での風速を u_h として、

$$u = u_h \exp[\gamma(z - h)], \quad \gamma = \left(\rho \frac{ac}{4l^2} \right)^{1/3}$$

このように、風速は $z < h$ では $z = h$ で最大となるような指数関数分布となる。

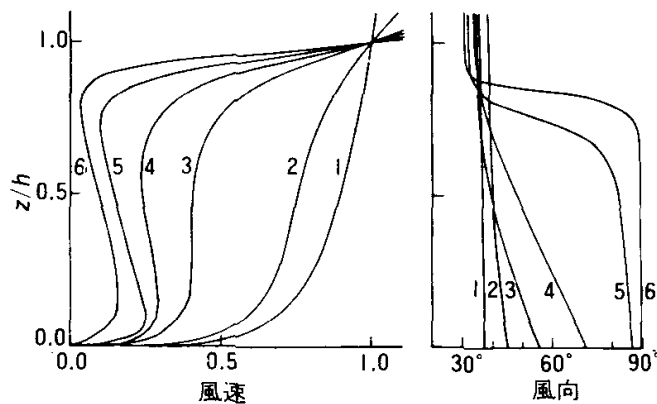


図 6.8 森林内における風速 (左図) と風向 (右図) の鉛直分布 (Kondo and Akashi, 1976). ただし風速はキャノピー層上端 $z = h$ での値で規格化してある. 1~6の番号は $(1/2) a c h$ の値がそれぞれ 0.01, 0.1, 0.3, 0.5, 1, および 2 の場合.

図 6.16 植生キャノピー内の風速分布 (竹内清秀・近藤純正、「地表に近い大気」、(1981) より)

(b) 植生 model 顕熱や潜熱の交換を求めるためには、植物体からの寄与を考えなければならない。植物体による潜熱の放出（蒸散）は主に葉面の気孔を通じて行なわれる。気孔は葉面の 1cm^2 当りに 10^4 個程度存在し、各気孔は $100\mu\text{m}$ 程度の間隔で並んでいる。気孔の全面積は葉面の 0.33% 程度を占めている。気孔が占める割合は小さいが、蒸散量は葉面全体が水で覆われているときの 30% 近くになることが簡単なモデルでわかっている (Yeh & Brutsaert, 1971)。そこで、植物体による顕熱や潜熱の交換を単純化してモデルに取り入れる方法が提案された (例えば; Sellers (1985) による SiB, Dickinson (1984) による BATS など。日本人開発による MATSIRO, MINoSGI などもある)。

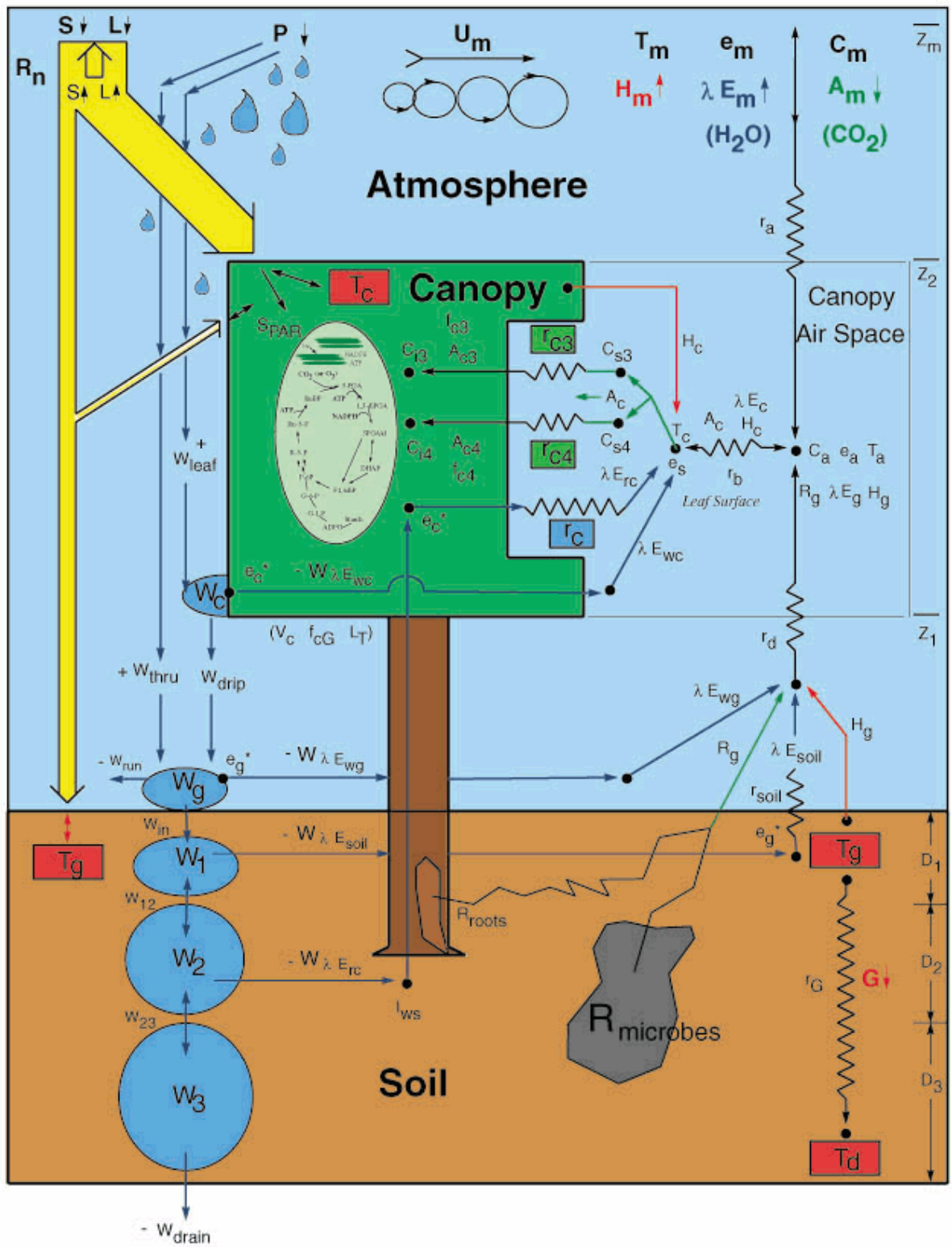


図 6.17 SiB の概念図