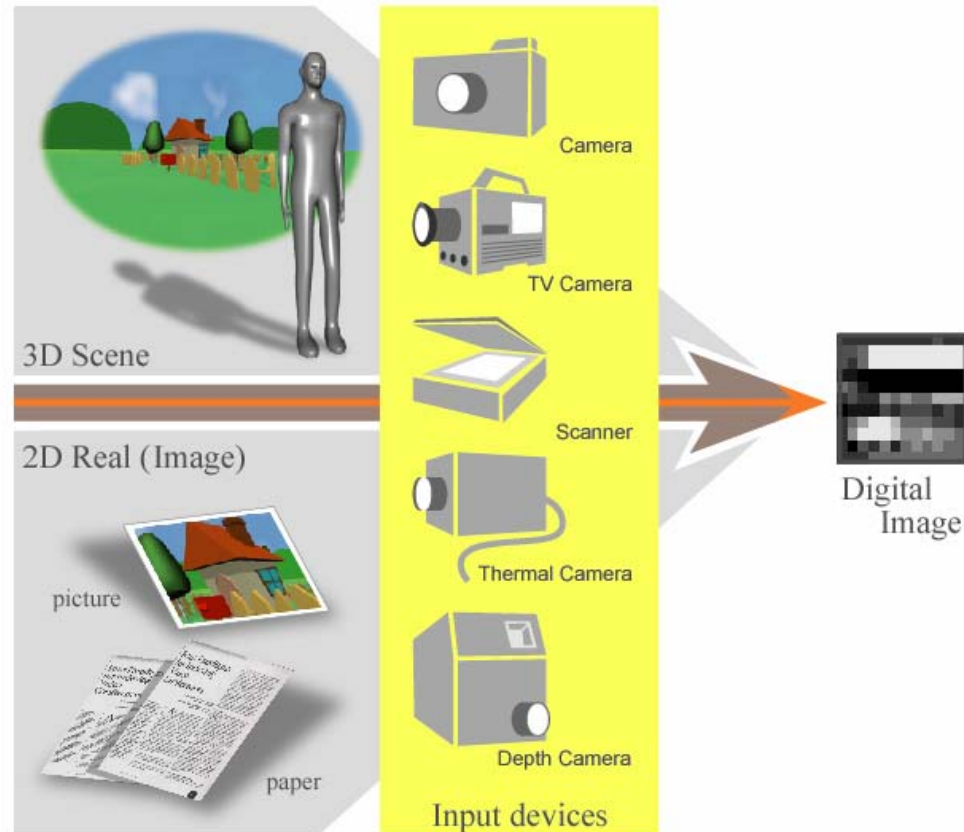


第3回 画像入力処理

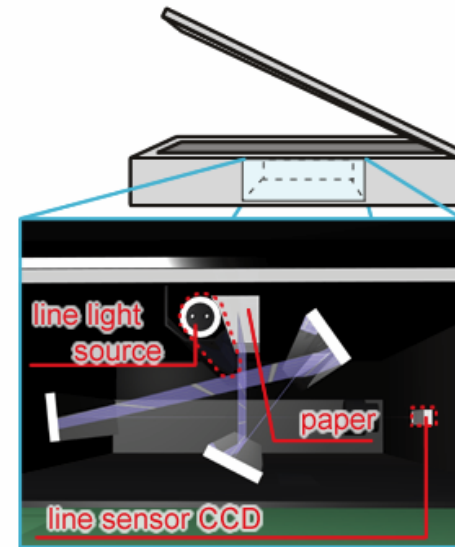
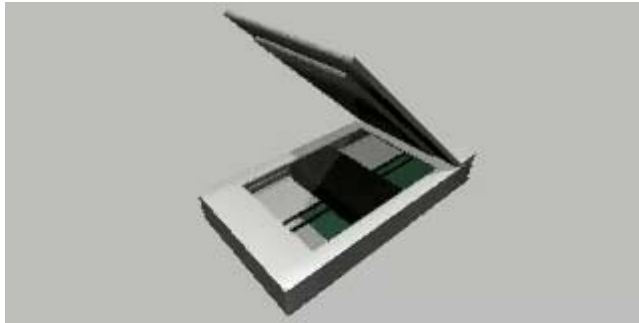
入力処理(Input Process)

- 実世界の3次元シーンやすでに存在する書類などからデジタル画像を生成する処理



入力デバイスの例

- 2次元画像のための典型的な入力デバイス
– スキャナ



2次元実世界からの画像入力

-濃淡画像(アナログとデジタル)-

- 濃淡画像

- 平面座標系で定義される2変数関数

- アナログ画像(連続的)

$$z = f(x, y) \quad x, y : \text{平面上の任意の位置}$$

$$x, y, z \in R \quad z : \text{受光部での光の強さを表す実数}$$

- デジタル画像(離散的)

$$Z = F(X_i, Y_j) \quad X_i, Y_j : \text{座標値}$$

$$X_i, Y_j, Z \in Z \quad Z : \text{画素値}$$

- 実世界の濃淡画像をデジタル画像に変換

- 二次元平面座標の離散化(サンプリング)
- 画素値の離散化(量子化)

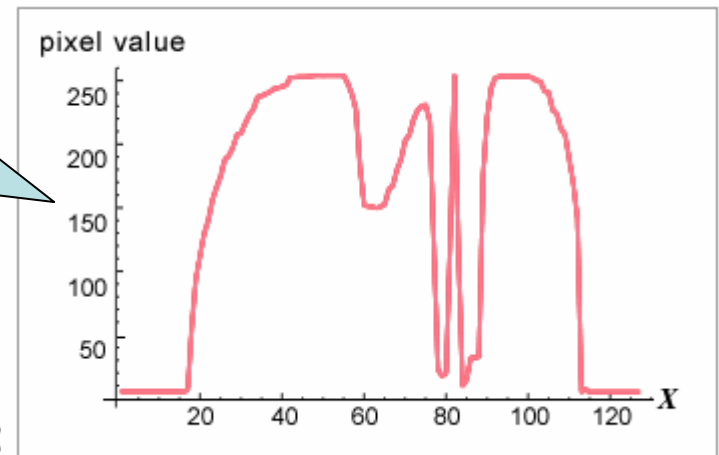
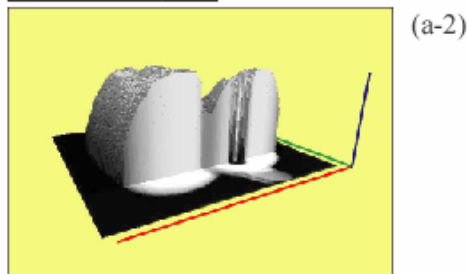
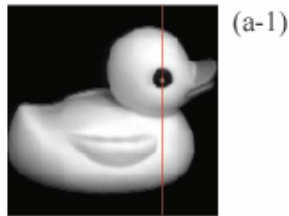
標本化・解像度・量子化

- 標本化(sampling)
 - ピクセルに切り分けること
- 解像度(resolution)
 - 標本化の間隔を l とすると、切り分けのキメの細かさ($1/l$)
 $i=0, j=0$ を原点、 x, y 軸をそれぞれ正の方向に間隔 l_x, l_y でサンプリング点が並んでいるとすると、配列 (i, j) の座標値は

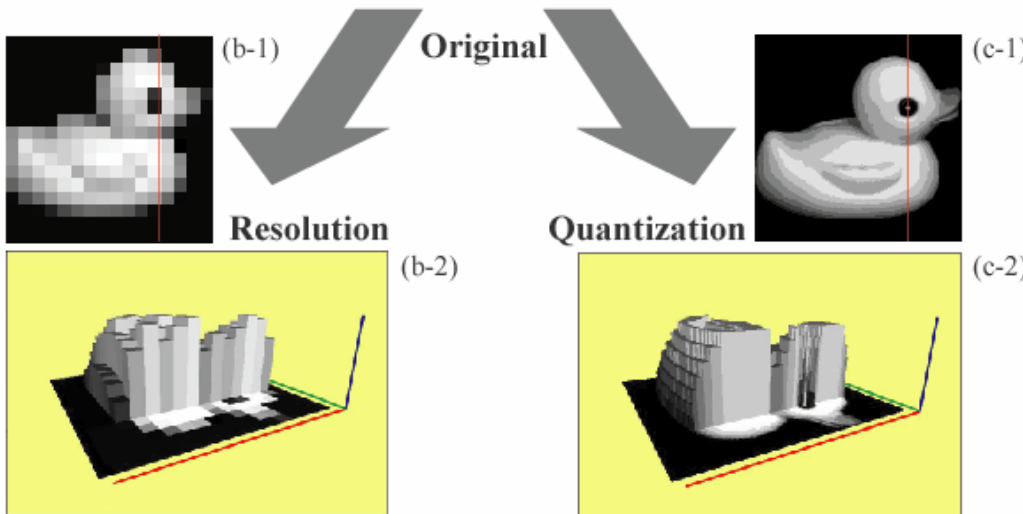
$$X_i = il_x, Y_j = jl_y$$

- 量子化(quantization)
 - 濃淡値を(例えば、0から255までの)離散値にすること

サンプリングと量子化の概念



プロフィール



標本化

- 二次元画像(アナログ)をどの程度の細かさ(解像度)でデジタル画像に変換するか
 - 標本化を細かくする
 - デジタル画像の質が向上、データ量は増加
 - どの程度細かくすれば元の画像の情報量が保存できるか？



(a)卒業式

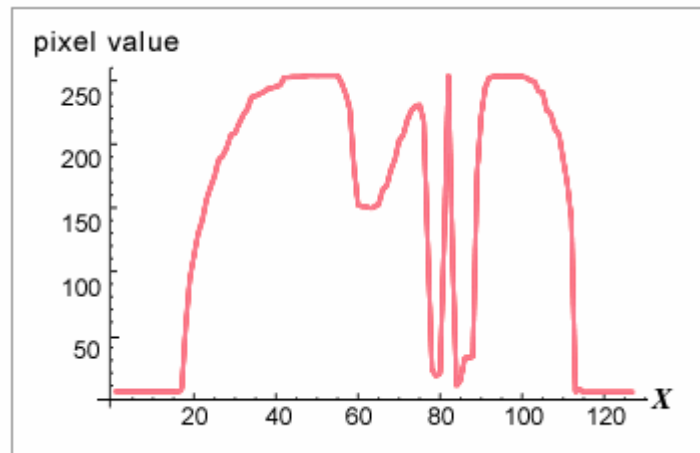


(b)カップ

滑らかさの異なる画像

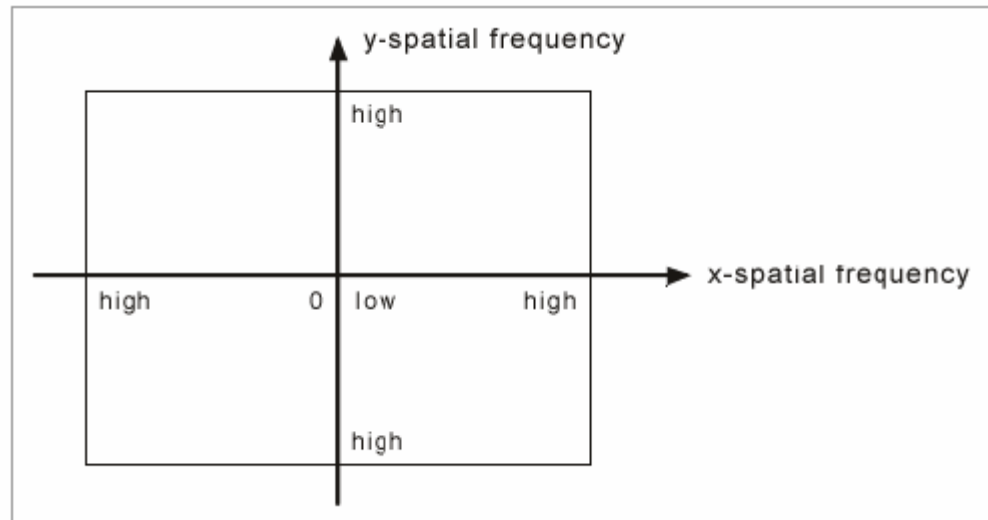
空間周波数

- 空間周波数：画像での周波数
 - 長さと言像の明るさの関係を表した関数
 - この関数に周波数(空間周波数)、周期の概念を定義
 - 空間周波数成分は複素数であるのでそのパワースペクトルを画像として表現



パワースペクトル画像の性質

- 空間周波数成分濃淡画像として表現
 - 中心部に低周波成分
 - 周囲にそれぞれの方向の高周波成分が配置
 - 成分が大きいほど輝度が高くなる
 - 位相を考えない場合は第1象限のみで十分



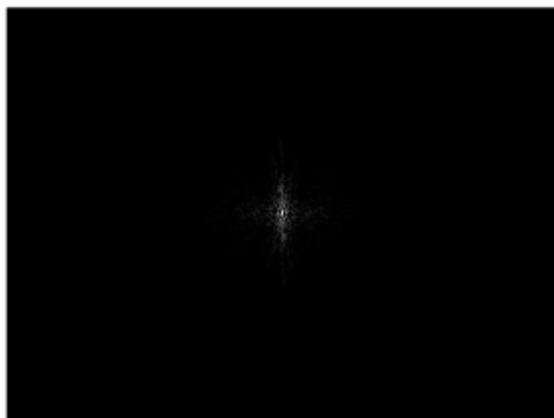
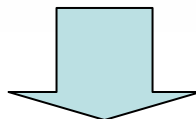
パワースペクトル画像



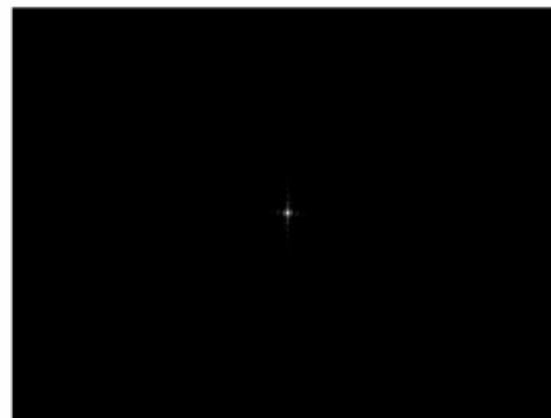
(a)卒業式



(b)カップ



(a)卒業式



(b)カップ

サンプリング定理

- ある画像が与えられたとき
 - どのような細かさでサンプリングすればよいかを決めるための定理
- 直感的に考えると
 - 周波数が高い: 細かいサンプリングが必要
 - 周波数が低い: 粗くてもよい
- 対象とする画像の周波数成分によって、必要なサンプリング間隔が異なる
 - 画像に含まれる最高周波数 W
 - サンプリング間隔 $1/2W$

1次元のサンプリング定理

t を変数, ω を周波数($t, \omega \in R$)とする. 関数 $f(t)$ をフーリエ変換したものを

$$\hat{f}(\omega) = F[f(t)]$$

とすると、 $f(t)$ が高周波成分を持たない、すなわちある周波数 W に対して、

$$\hat{f}(\omega) = 0, (|\omega| > W)$$

とする. このとき関数 $f(t)$ は、離散的な点での f の値

$$f\left(\frac{n\pi}{W}\right), (n \in Z)$$

をもとに、

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n\pi}{W}\right) \frac{\sin(Wt - n\pi)}{Wt - n\pi}$$

と表現できる.

$\hat{f}(\omega)$ は $|\omega| > W$ で0であるので、フーリエ級数展開ができる。

$$\hat{f}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{\frac{2\pi j n \omega}{2W}}$$

ここでフーリエ級数は

$$d_n = \frac{1}{2W} \int_{-W}^W \hat{f}(\omega) e^{-\frac{2\pi j n \omega}{2W}}$$

である。 $\hat{f}(\omega)$ をフーリエ逆変換すると

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-W}^W \hat{f}(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \end{aligned}$$

上のフーリエ係数を比較すると

$$d_n = f\left(\frac{-\pi n}{W}\right) \frac{\sqrt{2\pi}}{2W}.$$

これをフーリエ逆変換すれば

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-W}^W \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{-\pi n}{W}\right) \frac{\sqrt{2\pi}}{2W} e^{\frac{2\pi j n \omega}{2W}} e^{j\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{2W} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{-\pi n}{W}\right) \int_{-W}^W e^{\frac{2\pi j n \omega}{2W}} e^{j\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{2W} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{-\pi n}{W}\right) \int_{-W}^W e^{j\omega\left(\frac{2n\pi}{2W} + t\right)} d\omega \\ &= \frac{1}{2W} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{-\pi n}{W}\right) \frac{2W \sin(Wt + n\pi)}{Wt + n\pi} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{-\pi n}{W}\right) \frac{\sin(Wt + n\pi)}{Wt + n\pi} \end{aligned}$$

量子化モデル

- デジタル画像の各画素における画素値の階調数をどう決めるか？
 - 階調数を何段階にするか？
 - サンプリング定理のような定理がない
 - 量子化のための代表値をどの値に設定するか？
 - 画像の濃淡分布が分かっている場合、最適化手法により代表値を決定

ヒストグラム (頻度分布)

- アナログ画像のとり得る値の範囲が $z_{min} < z < z_{max}$ のとき

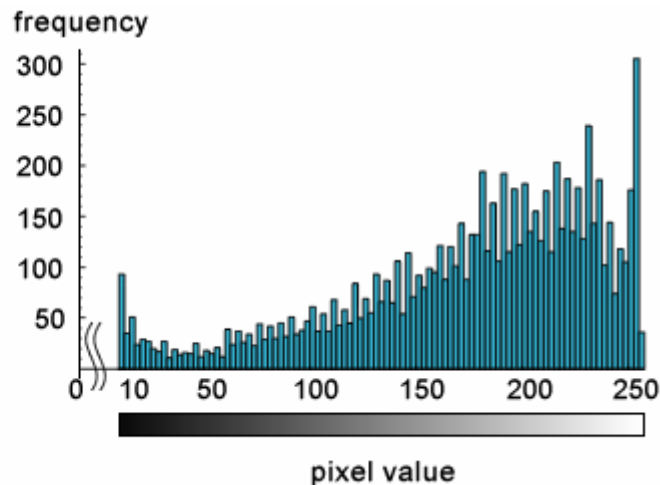
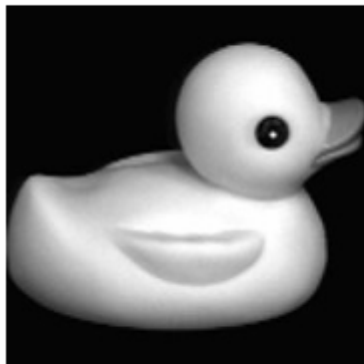
$$Z_0 \leq z_{min} < \dots < Z_k < \dots < z_{max} < Z_K$$

によって、区間に分割される

- ヒストグラムは、画像中の画素値を横軸に、画素値が

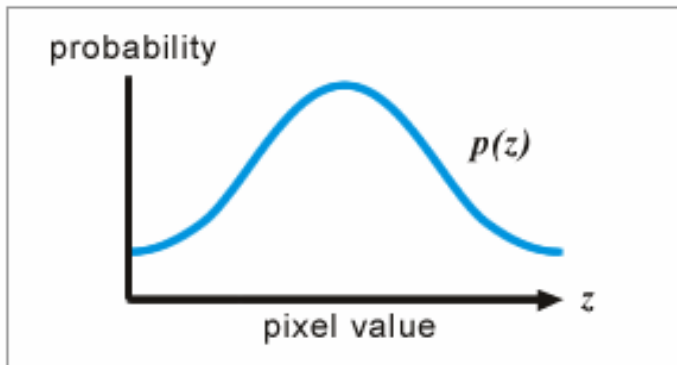
$$Z_k \leq z < Z_{k+1} \quad (k = 0, \dots, K - 1)$$

である画素の数 (頻度 **frequency**) を縦軸にプロットしたもの

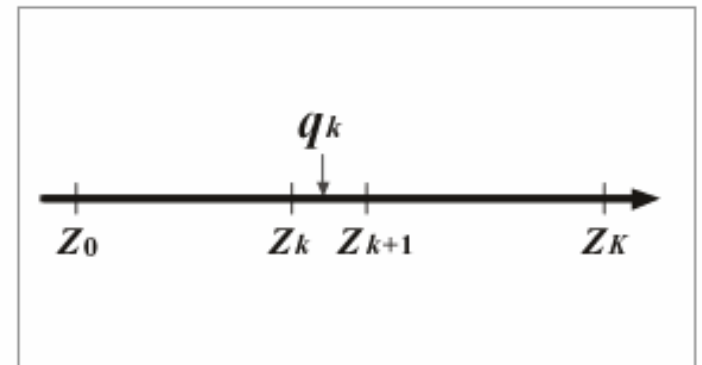


最適化手法により代表値の決定

各画素でアナログ値 z ($Z_K \leq z < Z_{k+1}$)が得られたとき、その区間の代表値 q_k を求める



(a)濃淡値と出現確率



(b)量子化点

理論的には、画像中の画素値 z は、何らかの確率分布 $p(z)$ に従うと仮定

最適化手法により代表値の決定

アナログ値 z との2乗誤差 $(z - q_k)^2$ の期待値

$$\delta_q^2 = \sum_{k=0}^{K-1} \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} (z - q_k)^2 p(z) dz$$

を最小化することにより量子化の代表値 q_k ($0, \dots, K-1$)を決定
最小値は極値であるから、上式を q_k で偏微分すれば0になる.

δ_q^2 を q_k で偏微分すれば、

$$\frac{\partial \delta_q^2}{\partial q_k} = \frac{\partial \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} (z - q_k)^2 p(z) dz}{\partial q_k} = 2 \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} (q_k - z) p(z) dz = 0$$

よって、以下の式が得られる.

$$q_k = \frac{\int_{Z_k}^{Z_{k+1}} zp(z) dz}{\int_{Z_k}^{Z_{k+1}} p(z) dz}$$

これが、画素値の確率分布が $p(z)$ を持ち、境界値が $[Z_k, Z_{k+1}]$ であるときの代表値

解像度と量子化の関係

- 入力画像の特性に依存
 - 高周波成分が多い場合
 - 量子化を細かくするより解像度を高くするほうがよい
 - 低周波成分が多い場合
 - 解像度を高くするより量子化を細かくするほうがよい

解像度と量子化の関係

(a)卒業式(高周波)



(a-1)解像度優先



(a-2)量子化密度優先

(b)カップ(低周波)



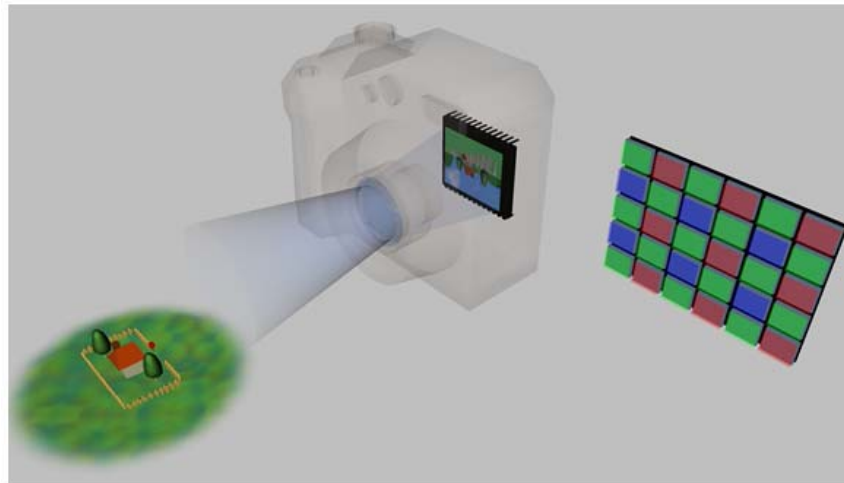
(b-1)解像度優先



(b-1)量子化優先

3次元シーンからの画像入力

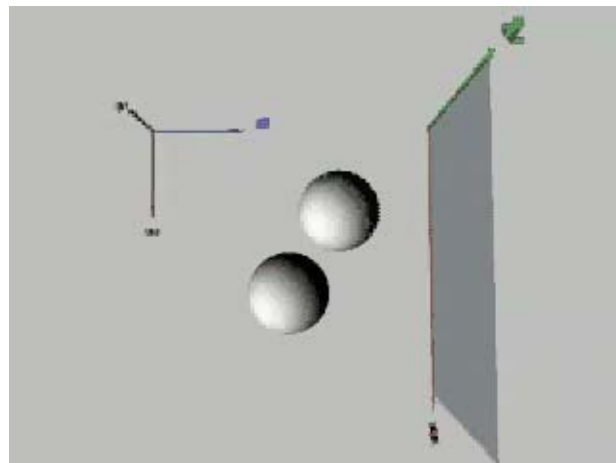
- 次元を3次元から2次元に変換
 - 投影モデル(projection model)
 - 反射モデル(reflection model)
 - 典型的な入力デバイス
 - デジタルカメラ



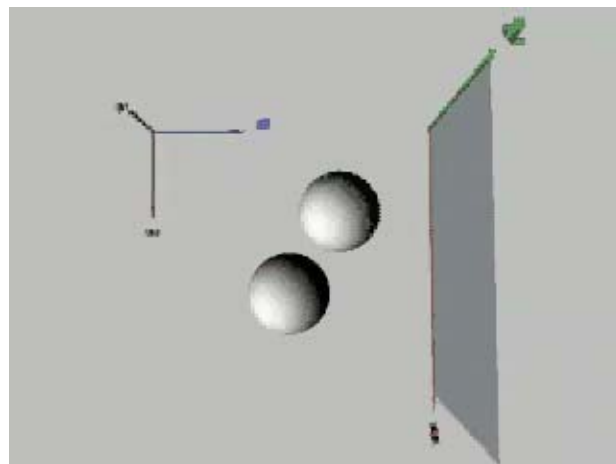
カメラ内部

投影モデル

- 3次元世界を2次世界に変換する典型的な手法
 - 平行投影モデル(Parallel Projection Model)
 - 平行光源を設定
 - 失われた次元情報が一切残っていない
 - 透視投影モデル(Perspective Projection Model)
 - 点光源を設定
 - カメラから対象までの距離情報を部分的に持っている



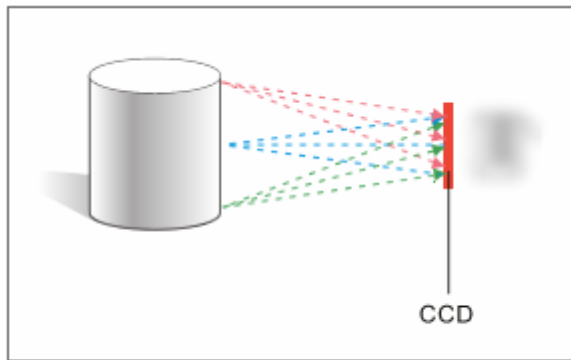
平行投影モデル



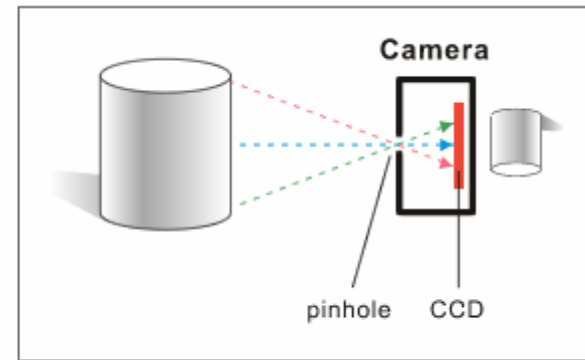
透視投影モデル

ピンホールカメラ

- 対象物体の表面の1点が, CCDの1点に対応するように各部に届く光を制限したものの



(a)



(b)

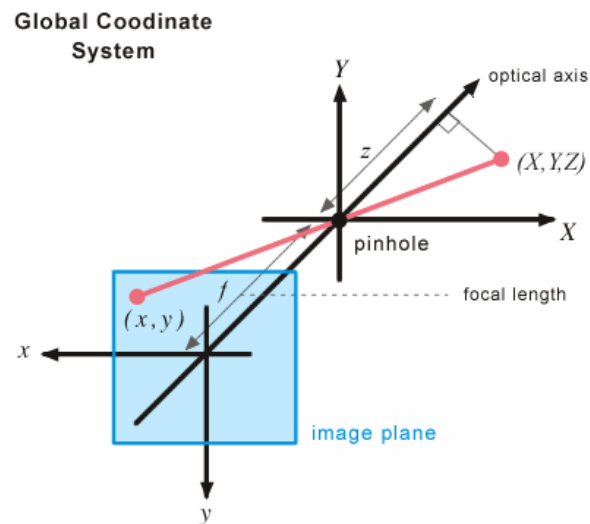
ピンホールカメラによるシーンの撮影

- 画像平面の画像座標系を (x, y) ,この座標系の原点 $(0, 0)$ から垂直方向に距離 f にピンホールのあいたスクリーンを設置.
- 世界座標系 (X, Y, Z) を,このピンホール位置を原点
- X 軸 Y 軸をそれぞれ x 軸 y 軸に平行、 Z 軸を x - y 平面に垂直な方向にとる
- 世界座標系での3次元座標 (X, Y, Z) の点はピンホールを通して画像平面上の1点 (x, y) に投影されるとき、座標間には、下のようない関係が成立

$$x = f \frac{X}{Z}$$

f : 焦点距離

$$y = f \frac{Y}{Z}$$



世界座標系と画像座標系

反射モデル

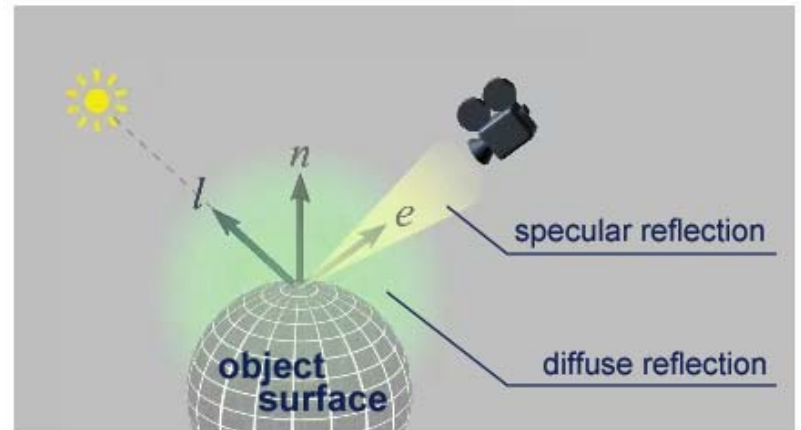
- 光の反射モデル

- 鏡面反射 (specular reflection)

- これら3つのベクトルが同一平面上にあり, l と n の角度と n と e の角度が等しい場合のみ観測

- 拡散反射 (diffuse reflection)

- 全ての方向から観測され、その明るさは l と e の角度によってのみ変化



物体の着目している点から見て、
 l :光源の方向、
 n :面の法線方向
 e :視点の方向
をそれぞれ示している。

画像フォーマット

- 2次元配列で表現
 - デジタルデータの保存の際は、シーケンシャルな1次元
- 2次元配列を再構成
 - 画像(配列)の大きさなどを知る必要がある
- 画像フォーマット
 - 画像の構成について記述されたヘッダ部分(画像の幅、高さ、1ピクセルあたりのデータ量)
 - ピクセル値が納められている本体部分

