

多孔質媒体への塩水浸入時に生じる振動現象に関する数値実験

Numerical Experiments on Fluctuation of Saltwater Intrusion into Porous Media

Key words: Density-driven flow, Henry problem, Saltwater intrusion

水資源利用工学分野 川畑 誠

1. はじめに

海水と淡水の濃度差によって、沿岸帯水層ではくさび形の海水浸入が、島嶼部では淡水レンズが生じる¹⁾。これらの静的な現象に対して、温度に依存する密度流では、ある特定の条件下では振動現象が発生することが知られている^{2),3)}。本研究では、実験の容易性から、塩水浸入に伴う振動現象を対象とし、その発生メカニズムを明らかにすることを目的とする。

ここではヘンリー問題を用いて計算モデルの妥当性の検証を行い、異なるレイリー数を用いて塩水浸入の動態について解析を行い、最後に振動現象が起こる計算例を示す。

2. 支配方程式と計算モデル

鉛直2次元の領域を対象とし、流れ関数を用いた定式化を行う。流速と流れ関数 $\Psi(x, z)$ の関係を以下のように定義する。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = u, \quad -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = w \quad (1)$$

ここで、 x と z はそれぞれ無次元化された水平方向、上向きを正としたときの鉛直方向の座標であり、 u と w はそれぞれ x 方向と z 方向の無次元化された速度である。(1)式で定義された流れ関数を用いることにより、透水係数が一定の多孔質媒体における密度流は以下の式で表される^{4),5)}。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_r \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_r \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) = R_a \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (2)$$

$$\mu = \mu_r \mu_{20} \quad (3)$$

$$\mu_r(T) = (1 + 0.015512(T - 293.15))^{-1.572} \quad (4)$$

$$R_a = \frac{kgH\Delta\rho}{D_s\mu_{20}} \quad (5)$$

$$\Delta\rho = \rho(c_{\max}) - \rho(c_{\min}) \quad (6)$$

$$\theta = \frac{c - c_{\min}}{c_{\max} - c_{\min}} \quad (7)$$

ここで、 R_a はレイリー数、 μ_r は粘性係数 μ と温度が20°Cのときの粘性係数 μ_{20} との比、 T は絶対温度、 $\Delta\rho$ は対象としている領域内の水の最小塩分濃度と

最大塩分濃度における密度差、 k は固有浸透係数、 g は重力加速度、 H は対象領域の鉛直方向の厚さ、 D_s は飽和多孔質媒体の溶質拡散係数、 ρ は水の密度、 c_{\max} と c_{\min} はそれぞれ最大と最小の塩分濃度、 θ は無次元化された塩分濃度、 c は塩分濃度である。

また、溶質の移流分散方程式は以下の無次元化された方程式で表される^{4),5)}。

$$nR \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(n \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - u \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(n \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - w \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (8)$$

ここで、 n は多孔質媒体の間隙率、 R は遅延係数、 t は無次元化された時間である。

(2)、(8)式の空間に対する離散化にはガレルキン有限要素法を適用し、時間に対しては時間間隔 $\Delta t = 0.001$ でクランク・ニコルソン法を採用する。

3. 妥当性の検証及び解析結果

ヘンリー問題を用いて、計算モデルの妥当性の検証を行う。対象領域を、図1に示す長方形の領域とし、図に示す境界条件を与える。流れに関しては、右方向に一定の流量で流れ、淡水で満たされた状態から右側から水平方向に塩水が浸入することを想定している。

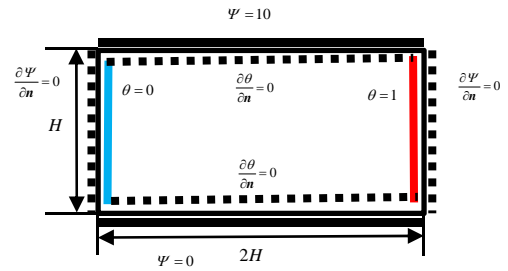


図1 対象領域と計算条件の説明

ここでは、Holzbecher (1998) が示している計算例⁶⁾と比較を行うため、 $R_a = 38$ とする。計算結果を図2に示す。図2は、塩分濃度の分布を示す。図2(a)は、初期状態（淡水で満たされた状態）を示す。図2(b)は、塩水が浸入した状態を示す。図2(c)は、塩水が浸入した状態を示す。図2(d)は、塩水が浸入した状態を示す。

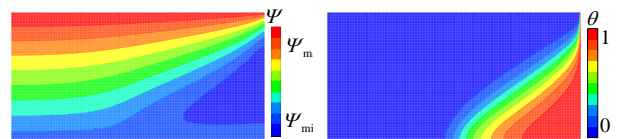
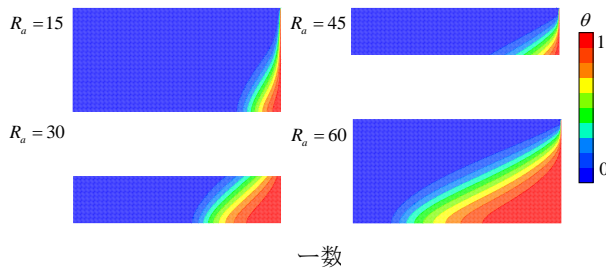


図2

次に同じ計算条件で R_a が 15, 30, 45, 60 での計算結果を図 3 に示す。図より R_a の値が高いほど塩水くさびと



また, R_a が 15, 30, 45, 60 の場合で塩水くさび (塩分濃度 50%) の時間ごとの浸入距離を図 4 に示す。図 4 より R_a の値が高いほど定常状態になるまでに多くの時間を要することが分かる。

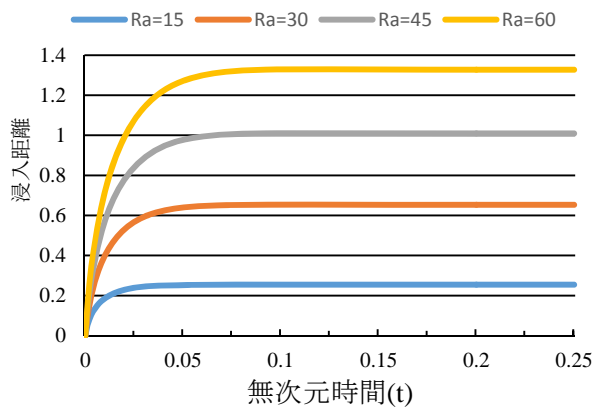


図 4 塩水くさび侵入の進行

4. 振動現象の計算例

本研究で用いた数値モデルを用いて, 塩水侵入にともなう振動現象の例を示す。対象領域は図 5 に示す長方形の領域として, 図に示す境界条件を与える。流れに関しては, 右方向に一定の流量で流れ, 淡水で満たされた状態から塩水が上端の一部から鉛直方向に侵入することを想定している。

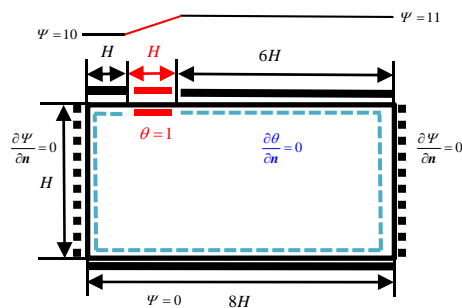
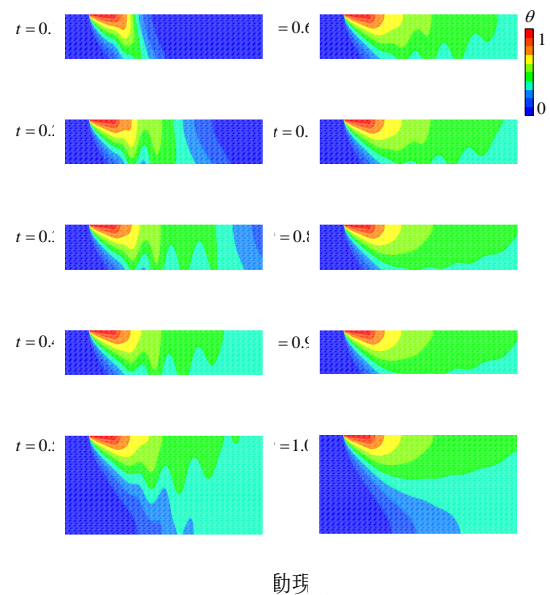


図 5 対象領域と計算条件の説明

$R_a = 75$ とおいた場合の無次元時間 0.1 ごとの時間変化の計算結果を図 6 に示す。計算結果は x 軸方向の縮尺を 1/4 にして示している。計算結果より, 波

状の濃度分布が右方向に移動しながら収束していくのが確認され, 振動現象が生じていることが読み取れる。



5. まとめ

ヘンリー問題を用いて計算モデルの妥当性の検証を行った結果, 先行研究の計算例と同じ結果が得られ, モデルの妥当性が示された。

R_a の値を変えて塩水侵入の動態について数値実験による解析を行った。 R_a の値が高いほど塩水くさびが深く浸入し, 定常状態になるまでに多くの時間を要することが分かった。

また, 本研究で用いた計算モデルを用いて, 塩水侵入に伴う振動現象を確認することができた。今後は振動現象が生じるパラメータの条件を特定していくことが課題となる。

参考文献

- 1) Diersch H.-J.G and Kolditz O. (2002) : Variable-density flow and transport in porous media: approaches and challenges, *Advances in Water Resources*, 25, 899-944.
- 2) Holzbecher E. and Yusa Y. (1994) : Numerical experiments on free and forced convection in porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 38(11), 2109-2115.
- 3) 吉村悠太郎, 竹内潤一郎, 藤原正幸 (2013) : 浸透水によって生じる密度流が地下の水環境に与える影響の数値解析, 農業農村工学会京都支部第 70 回研究発表会講演要旨集, 140-141
- 4) Holzbecher E. (1998) : Modeling density-driven flow in porous media, Springer, 286p.
- 5) 吉村悠太郎, 竹内潤一郎, 武馬夏希, 藤原正幸 (2014) : 浸透水の温度が地下水流れに与える影響解析, 平成 25 年度 農業農村工学会大会講演会講演要旨集, 402-403.
- 6) Henry H.R. (1964) : Interfaces between salt water and fresh water in coastal aquifers, *Geological Survey Water-supply Paper*, 1613-C, C35-C70.