

Mualem 型モデルを用いた疎水性粒子を含む多孔質媒体の不飽和透水係数の推定

Estimation of Unsaturated Hydraulic Conductivity of Porous Media with Mixed Wettability Using Mualem-Type Model

Key words: Hydraulic Conductivity, Porous Media, Mixed Wettability

水資源利用工学分野 辻 英剛

1. はじめに

土壌のような多孔質媒体中における自由水の移動のしやすさを表す土の性質を透水性と呼ぶ。透水性を表す指標として透水係数が用いられる。農業においては、適切な透水性が求められる。また、透水性は、土壌中の不飽和水分移動を数値解析する際にも不可欠なものである。

撥水性を有する土壌は、日本を含む世界中で存在が確認されている。近年、その特性を防湿や透水係数の改善などに用いることが考えられている。

本論文では、透水係数を推定するモデルとして広く用いられている Mualem の不飽和透水係数推定モデル¹⁾を基に、疎水性粒子を含む多孔質媒体の不飽和透水係数推定モデルを定式化し、実験結果と比較する。

2. 不飽和透水係数推定モデル

Mualem モデルでは、多孔質媒体の間隙を図 1 のような半径の異なる 2 本の円管を連結させた平行な管の集まりとしてモデル化する。単位断面積当たり N 本の毛管が存在するものと仮定し、各毛管に識別番号($i=1, 2, \dots, N$)を与える。ある毛管 i について、半径 r_i^U (上部) と r_i^D (下部) の毛管が連結している場合の等価半径 R_i は次のように導かれる²⁾(図 2)。毛管の上部と下部の流量が互いに等しくなることから、ハーゲン・ポアズイユの法則より次式が得られる。

$$\frac{\rho g \pi R_i^4}{8\mu} \frac{\Delta h_i}{L_i} = \frac{\rho g \pi (r_i^U)^4}{8\mu} \frac{\Delta h_i^U}{l_i^U} = \frac{\rho g \pi (r_i^D)^4}{8\mu} \frac{\Delta h_i^D}{l_i^D} \quad (1)$$

ここで、 μ は水の粘性係数、 ρ は水の密度、 g は重力加速度、 L_i 、 l_i^U 、 l_i^D はそれぞれ半径 R_i 、 r_i^U 、 r_i^D の毛管の長さで、 Δh_i 、 Δh_i^U 、 Δh_i^D はそれぞれ半径 R_i 、 r_i^U 、 r_i^D の毛管の両端にかかるポテンシャル差である。ポテンシャルについては、ここでは次式が成り立つものとする。

$$\Delta h_i = \Delta h_i^U + \Delta h_i^D \quad (2)$$

(1)、(2)式より Δh_i 、 Δh_i^U 、 Δh_i^D を消去すると、

$$\left[\frac{l_i^U}{(r_i^U)^4} + \frac{l_i^D}{(r_i^D)^4} \right] \frac{R_i^4}{L_i} = 1 \quad (3)$$

となり、体積が等しいとすると次式が成り立つ。

$$\pi R_i^2 L_i = \pi (r_i^U)^2 l_i^U + \pi (r_i^D)^2 l_i^D \quad (4)$$

(3)、(4)式より L_i を消去すると、

$$R_i^6 = \frac{(r_i^U)^2 l_i^U + (r_i^D)^2 l_i^D}{(r_i^U)^4 l_i^D + (r_i^D)^4 l_i^U} (r_i^U)^4 (r_i^D)^4 \quad (5)$$

となる。さらに Mualem と同様に¹⁾、円管状間隙の長さが半径に比例すると仮定すると次式が得られる。

$$r_i^U l_i^D = r_i^D l_i^U \quad (6)$$

(5)、(6)式より次式が導かれる。

$$R_i^2 = r_i^U r_i^D \quad (7)$$

(7)式より等価な円管の半径は、連結した 2 本の円管の半径の相乗平均となることが導かれる。

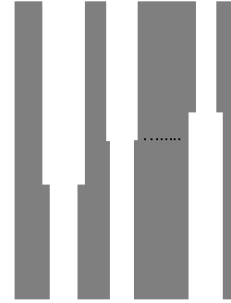


図 1 Mualem 型の平行管モデル

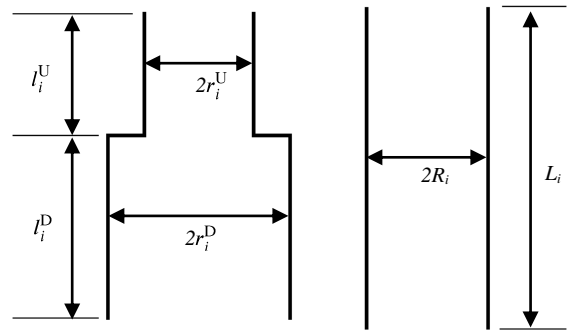


図 2 連結円管状孔隙と等価な円管状孔隙

次に、毛管の上部・下部の各区間は独立に 3 つの粒子から構成されるとする。区間の内壁の合成接触角は、3 個の粒子のうち疎水性粒子が n_i^* 個 ($n_i^* = 0, 1, 2, 3$) 存在するとして、Cassie 式を用いて次式のように表されるとする。ここで、上付き*は U または D である。

$$\cos \theta_i^* = \frac{3 - n_i^*}{3} \cos \theta^l + \frac{n_i^*}{3} \cos \theta^b \quad (8)$$

θ_i^* , θ^l , θ^b はそれぞれ、内壁の合成接触角、親水性粒子の接触角、疎水性粒子の接触角である。毛管に水が浸入するかしないかは、Young の式に基づいて以下のように決まる。

(i) $\theta_i^* < 90^\circ$ のとき

$$\begin{cases} r_i^* < -\frac{2\sigma \cos \theta_i^*}{\rho g \psi_i^*} & (\psi_i^* < 0) \\ r_i^* > 0 & (\psi_i^* \geq 0) \end{cases} \quad (9)$$

(ii) $\theta_i^* \geq 90^\circ$ のとき

$$\begin{cases} r_i^* < 0 & (\psi_i^* < 0) \\ r_i^* > -\frac{2\sigma \cos \theta_i^*}{\rho g \psi_i^*} & (\psi_i^* \geq 0) \end{cases} \quad (10)$$

となる。ここで、 σ は水の表面張力であり、 ψ_i^* は毛管にかかる圧力水頭である。上部・下部の両区間で浸水する毛管は通水する ($\alpha_i = 1$) ものとし、それ以外のものは通水しない ($\alpha_i = 0$) ものとする。

以上より、断面積を A とすると、疎水性粒子を含む多孔質媒体の不飽和透水係数 $K(\psi)$ は、以下のように推定される。

$$K(\psi) = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^{NA} \alpha_i \frac{\rho g \pi R_i^4}{8\mu} \quad (11)$$

3. 適用例

粒径約 0.1mm のガラスビーズを試料として用いる。一般にガラスビーズは親水性であるので、炭化水素化合物の OTS (Octyltrichlorosilane) を用いて表面を疎水性にしたものを用意する。元のガラスビーズとの質量混合率が 0%, 25%, 50%, 75%, 100% の試料を $A = 19.6 \text{ cm}^2$, $L = 5.1 \text{ cm}$ の円筒シリンダーに充填したものの不飽和透水係数測定し、モデルにより推定したものと比較する。毛管の等価半径は、飽和透水係数の測定結果と間隙率 Φ を基に、半径 $2.04 \times 10^{-5} \text{ m}$ 標準偏差 $0.5 \times 10^{-5} \text{ m}$ の正規分布に従うと仮定し、全毛管数 NA は 524,532 本とする。また、試料の上端と下端の間の動水勾配は 1 (重力浸透) とする。計算に用いた値を表 1 に、計算結果を図 3 に示す。大きい斜め正方形の点が測定値であり、小さい丸点が推定値である。

表 1 計算に用いた各値

θ^l ($^\circ$)	49.9
θ^b ($^\circ$)	116.3
σ (N/m)	72.75×10^{-3}
ρ (kg/m^3)	997.538
μ (kg/m s)	0.001005
g (m/s^2)	9.80665
Φ	0.35

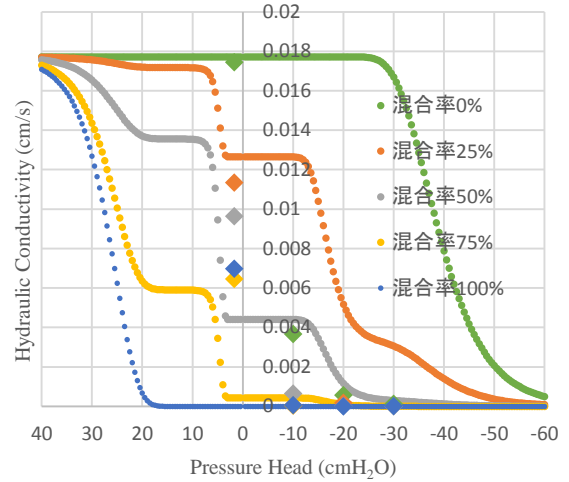


図 3 推定値と測定値

推定結果は、測定結果とある程度同様の傾向を示している。ただ、実際の土壌に比べてガラスビーズにおける測定では、負の圧力水頭を与えた場合、透水係数が急激に小さくなる。これは、ガラスビーズの粒径や形状が一樣であるから、大間隙と小間隙が交互につながった構造になっているためと考えられる。また、円管の合成接触角の推定方法にも課題が残る。

4. まとめ

Mualem 型モデルを用いて疎水性粒子を含む多孔質媒体の不飽和透水係数を推定するための定式化を行った。実際の土壌間隙は上下方向のみではなく、あらゆる方向に広がっており複雑である。今後は、透水係数の測定値を増やすとともに、本モデルをより複雑化する必要がある。

参考文献

- 1) Mualem Yechezkel (1978) : Hydraulic Conductivity of Unsaturated Porous Media : Generalized Macroscopic Approach, Water Resources Research, **14**, 325 – 334
- 2) 小杉賢一朗 (2007) : Y. Mualem 著 不飽和多孔質体の透水係数を推定する新たなモデルについて, 土壤物理学会, 土壤の物理性, **106**, 47 – 59