線形結合を作ろう

ILAS 教材作成チーム

Kyoto, Japan

March 13, 2015

果物詰め合わせ

みかん 3 個とりんご 4 個の詰め合わせ　$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{みかん} \\ \text{りんご} \end{matrix}$

みかん 5 個とりんご 1 個の詰め合わせ　$\boldsymbol{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{みかん} \\ \text{りんご} \end{matrix}$

$\boldsymbol{v}$ を $\underline{3\text{ 個}}$ と $\boldsymbol{w}$ を $\underline{2\text{ 個}}$ を買うと

$$\underline{3}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \underline{2}\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{3} \cdot 3 + \underline{2} \cdot 5 \\ \underline{3} \cdot 4 + \underline{2} \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 \\ 14 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{みかん} \\ \text{りんご} \end{matrix}$$

$$\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w} \in \mathbb{R}^2 \quad \Rightarrow \quad 3\boldsymbol{v} + 2\boldsymbol{w} = \begin{pmatrix} 19 \\ 14 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

$3\boldsymbol{v} + 2\boldsymbol{w}$ を $\boldsymbol{v}$ と $\boldsymbol{w}$ の**線形結合**と呼ぶ
実数 3 と 2 を線形結合の**係数**と呼ぶ

線形結合と係数

縦ベクトル $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \ldots, \boldsymbol{v}_m \in \mathbb{R}^2$
実数 $c_1, c_2, \ldots, c_m \in \mathbb{R}$

$\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \ldots, \boldsymbol{v}_m$ の線形結合

$$c_1\boldsymbol{v}_1 + c_2\boldsymbol{v}_2 + \cdots + c_m\boldsymbol{v}_m$$

$c_1, c_2, \ldots, c_m$ ：線形結合の係数

線形結合に親しもう

- 縦ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ の線形結合

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

カンタン！

- 線形結合はいろいろな形に書くことができる

$$\begin{pmatrix} x + 2y \\ 3x + y \end{pmatrix} = (x + 2y) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (3x + y) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= x \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

重要！

まとめ

- 縦ベクトル $\boldsymbol{v}_1, \ldots, \boldsymbol{v}_m \in \mathbb{R}^2$ と実数 $c_1, \ldots, c_m \in \mathbb{R}$ に対して

$$c_1\boldsymbol{v}_1 + c_2\boldsymbol{v}_2 + \cdots + c_m\boldsymbol{v}_m \in \mathbb{R}^2$$

を $\boldsymbol{v}_1, \ldots, \boldsymbol{v}_m$ の線形結合と呼ぶ

このとき $c_1, \ldots, c_m$ を線形結合の係数と呼ぶ