４　再生不可能資源の分析

（１）単独所有者の単純モデル

（２）単独所有者の動学モデル

（３）希少性の経済尺度

（４）独占と資源保護

注: Jon M. Conrad, RESOURCE ECONOMICS および
時政 勗, 枯渇性資源の経済分析 によるところが多い。

（1） 単独所有者の単純モデル

1．考察の準備

$x,\ y$：変数　　$\Delta x,\ \Delta y$：xの変化量，yの変化量

平　均	$\dfrac{y}{x}$	$\dfrac{x}{y}$
限　界	$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$	$\dfrac{\Delta x}{\Delta y}$
変化率	$\dfrac{\Delta x}{x}$	$\dfrac{\Delta y}{y}$
弾力性	$\dfrac{\left(\dfrac{\Delta x}{x}\right)}{\left(\dfrac{\Delta y}{y}\right)} = \dfrac{\left(\dfrac{\Delta x}{\Delta y}\right)}{\left(\dfrac{x}{y}\right)}$	

成長率（上昇率）

$$\frac{\dot{x}}{x} = \frac{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)}{x}$$

2．ホテリングの法則

$$\begin{cases} \text{埋蔵：} & P_{t+1} - P_t \ ,\ \dot{P} \\ \text{採掘：} & rP_t \ ,\ rP \end{cases}$$

（採掘コストはゼロ）

$$\begin{cases} P_{t+1} - P_t > rP_t & \Rightarrow \text{すべて埋蔵} \\ P_{t+1} - P_t < rP_t & \Rightarrow \text{すべて採掘} \\ P_{t+1} - P_t = rP_t & \Rightarrow \text{無　差　別} \end{cases}$$

《 再生可能資源「結託の動学モデル」の
一階の条件（整理済みで一部）から 》

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi}{\partial Y_t} = \rho \lambda_{t+1} \\ \lambda_t = \dfrac{\partial \pi}{\partial X_t} + \rho \lambda_{t+1} \left[1 + F'(X_t) \right] \end{cases}$$

$$\rho = \frac{1}{1+r}$$

ρ：割引因子

r：利子率

資源成長がなくストック効果もなくコストもゼロなら

$F'(X_t) = 0, \ \dfrac{\partial \pi}{\partial X_t} = 0$　だから

$$P_t = \frac{\partial \pi}{\partial Y_t} = \rho \lambda_{t+1} = \lambda_t$$

《採掘》　　　《埋蔵》

故に

$$\frac{P_{t+1}}{P_t} = \frac{1}{\rho} = 1 + r \quad \text{すなわち} \quad \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} = r$$

無差別の時が重要

$$P_{t+1} - P_t = rP_t \qquad (\dot{P} = rP)$$

故に

$$\frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} = r \qquad \left(\frac{\dot{P}}{P} = r \right)$$

《 ホテリングの法則 》

または

$$P_t = P_0 (1+r)^t \qquad (P = P_0 e^{rt})$$

（2） 単独所有者の動学モデル（現在価値最大化モデル）

$$\underset{q_t}{Max} \rightarrow \sum_{t=0}^{T} \rho^t \pi(q_t, R_t)$$

$$s.t.\ \ R_{t+1} = R_t - q_t$$

$$R_0 = A(>0): \text{初期値}, \quad \lambda_{T+1} = B(\geq 0): \text{終端条件}$$

$$\rho = \frac{1}{1+\delta}$$

ρ : 割引因子　δ : 割引率

ラグランジュ関数

$$L = \sum_{t=0}^{T} \rho^t \left\{ \pi(q_t, R_t) + \rho\lambda_{t+1}\left[R_t - q_t - R_{t+1}\right] \right\}$$

一階の条件

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial q_t} = \rho^t \left(\dfrac{\partial \pi}{\partial q_t} - \rho\lambda_{t+1} \right) = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial R_t} = \rho^t \left(\dfrac{\partial \pi}{\partial R_t} + \rho\lambda_{t+1} \right) - \rho^t \lambda_t = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial (\rho\lambda_{t+1})} = \rho^t (R_t - q_t - R_{t+1}) = 0 \end{cases}$$

$\pi(q_t, R_t)$: t 期純便益

R_t : t 期埋蔵量

q_t : t 期採掘量

λ_t : t 期ｼｬﾄﾞｰﾌﾟﾗｲｽ

式の数と未知数の数

$$\left\{\begin{array}{ll} \dfrac{\partial L}{\partial q_t} = \rho^t\left(\dfrac{\partial \pi}{\partial q_t} - \rho\lambda_{t+1}\right) = 0 & \text{式の数(T＋1個)} \\ \dfrac{\partial L}{\partial R_t} = \rho^t\left(\dfrac{\partial \pi}{\partial R_t} + \rho\lambda_{t+1}\right) - \rho^t\lambda_t = 0 & \text{式の数(T＋1個)} \\ \dfrac{\partial L}{\partial(\rho\lambda_{t+1})} = \rho^t\left(R_t - q_t - R_{t+1}\right) = 0 & \text{式の数(T＋1個)} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} R_0 = A(>0):\text{初期値} & \text{式の数(1個)} \\ \lambda_{T+1} = B(\geq 0):\text{終端条件} & \text{式の数(1個)} \end{array}\right.$$

式の数（3T＋5 個）

未知数	個　数	
q t	t ＝ 0, ･･･････,T	T＋1個
R t	t ＝ 0, ･･･････,T+1	T＋2個
λ t	t ＝ 0, ･･･････,T+1	T＋2個
計	未知数の数	3T＋5 個

一階の条件（整理済み）の経済学的意味

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial \pi}{\partial q_t} = \rho \lambda_{t+1} & \cdots\cdots ① \\
\lambda_t = \dfrac{\partial \pi}{\partial R_t} + \rho \lambda_{t+1} & \cdots\cdots ② \\
R_{t+1} = R_t - q_t & \cdots\cdots ③
\end{cases}
$$

$$\rho = \frac{1}{1+\delta}$$

ρ : 割引因子　δ : 割引率

①式の意味

t 期において採掘資源追加1単位から得られる追加純便益

＝ 採掘しないときの t+1 期におけるその追加1単位の追加価値（λ_{t+1}）を t 期の価値として割引いた値

（ここで、右辺は機会費用で、使用費用ないしは将来費用とよばれる。）

②式の意味

t 期において採掘前資源追加1単位から得られる追加価値

＝ 採掘しないでおいたときに t 期にその追加1単位がもたらす追加純便益と、採掘しないでおいたときに t+1 期にその追加1単位がもたらす追加価値（λ_{t+1}）を t 期の価値として割引いた値、の2つの値を足した値

（3） 希少性の経済尺度

1．ホテリングの法則再説

一階の条件（整理済み）

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial \pi}{\partial q_t} = \rho \lambda_{t+1} & \cdots\cdots ① \\[2ex]
\lambda_t = \dfrac{\partial \pi}{\partial R_t} + \rho \lambda_{t+1} & \cdots\cdots ② \\[2ex]
R_{t+1} = R_t - q_t & \cdots\cdots ③
\end{cases}
$$

$$\rho = \frac{1}{1+\delta}$$

ρ：割引因子　δ：割引率

①②より
$$\frac{\partial \pi}{\partial q_t} = \rho \lambda_{t+1} = \lambda_t - \frac{\partial \pi}{\partial R_t}$$

故に
$$\frac{\left(\dfrac{\partial \pi}{\partial q_t}\right) - \left(\dfrac{\partial \pi}{\partial q_{t-1}}\right)}{\left(\dfrac{\partial \pi}{\partial q_{t-1}}\right)} = \frac{\rho\lambda_{t+1} - \rho\lambda_t}{\left(\dfrac{\partial \pi}{\partial q_{t-1}}\right)} = \frac{\left(\lambda_t - \dfrac{\partial \pi}{\partial R_t}\right) - \rho\lambda_t}{\left(\dfrac{\partial \pi}{\partial q_{t-1}}\right)} = \frac{(1-\rho)\lambda_t}{\left(\dfrac{\partial \pi}{\partial q_{t-1}}\right)} - \frac{\left(\dfrac{\partial \pi}{\partial R_t}\right)}{\left(\dfrac{\partial \pi}{\partial q_{t-1}}\right)}$$

$$= \frac{(1-\rho)\lambda_t}{\rho\lambda_t} - \frac{\left(\dfrac{\partial \pi}{\partial R_t}\right)}{\left(\dfrac{\partial \pi}{\partial q_{t-1}}\right)} = \delta - \frac{\left(\dfrac{\partial \pi}{\partial R_t}\right)}{\left(\dfrac{\partial \pi}{\partial q_{t-1}}\right)}$$

限界純便益の上昇率 ≦ δ

（ 限界純便益の上昇率＋限界ストック効果＝ 割引率 ）

限界ストック効果≧0

2．希少性の経済尺度（価格受容単独所有者のケース）

$$\underset{q_t}{Max} \rightarrow \sum_{t=0}^{T} \rho^t \pi(q_t, R_t) = \sum_{t=0}^{T} \rho^t \{p_t q_t - C(q_t, R_t)\}$$

$$s.t. \quad R_{t+1} = R_t - q_t$$

$$R_0 = A(>0): \text{初期値}, \quad \lambda_{T+1} = B(\geq 0): \text{終端条件}$$

$$\rho = \frac{1}{1+\delta}$$

ρ：割引因子　δ：割引率

ラグランジュ関数

$$L = \sum_{t=0}^{T} \rho^t \{[p_t q_t - C(q_t, R_t)] + \rho\lambda_{t+1}[R_t - q_t - R_{t+1}]\}$$

一階の条件（整理済み）

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi}{\partial q_t} = p_t - C_q(q_t, R_t) = \rho\lambda_{t+1} \\ \lambda_t = \dfrac{\partial \pi}{\partial R_t} + \rho\lambda_{t+1} = \rho\lambda_{t+1} - C_R(q_t, R_t) \\ R_{t+1} = R_t - q_t \end{cases}$$

$\pi(q_t, R_t)$： t 期純便益

p_t ： t 期価格

R_t ： t 期埋蔵量

q_t ： t 期採掘量

λ_t ： t 期ｼｬﾄﾞｰﾌﾟﾗｲｽ

資源の希少性の尺度

一階の条件（整理済み）の最初の式から

$$\lambda_{t+1}=\frac{1}{\rho}\left\{p_t-C_q\left(q_t,R_t\right)\right\}=\left(1+\delta\right)\left\{p_t-C_q\left(q_t,R_t\right)\right\}$$

⇨ 希少性の尺度

（1）　$R_t\downarrow\quad\Rightarrow\quad C_q\left(q_t,R_t\right)\uparrow$

《資源埋蔵量》　《限界採掘費用》

資源埋蔵量が減少すれば、地質学的には希少性は増すが、p_t が $C_q\left(q_t,R_t\right)$ より速く上昇しない場合は、経済学的には希少性は増していない、ということになる。

（2）　採掘技術進歩 $\uparrow\quad\Rightarrow\quad C_q\left(q_t,R_t\right)\downarrow$

《採掘技術進歩》　《限界採掘費用》

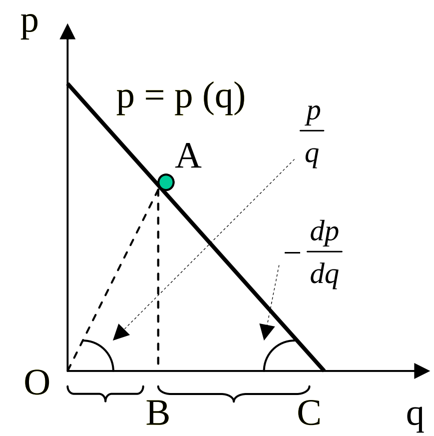
採掘技術の進歩によって採掘コストが低下しても、価格がほとんど変わらないのであれば、経済学的には希少性は増している、といえる。

（4） 独占と資源保護

1．考察の準備

需要の価格弾力性（η）

$$\eta = -\frac{\left(\frac{dq}{q}\right)}{\left(\frac{dp}{p}\right)} = -\frac{dq}{dp}\frac{p}{q} = -\frac{1}{\left(\frac{dp}{dq}\right)}\frac{p}{q} = \frac{1}{\left(\frac{AB}{BC}\right)}\frac{AB}{OB} = \frac{BC}{OB}$$

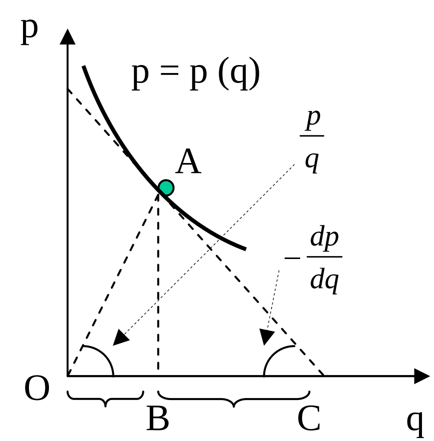


限界収入（M）

$\pi = p(q)\,q$ とすると

$$M = \frac{d\pi}{dq} = \frac{dp}{dq}q + p = (1 + \frac{dp}{dq}\frac{q}{p})p = (1 - \frac{1}{\eta})p$$

ただし、$\eta = -\frac{dq}{dp}\frac{p}{q}$ (需要の価格弾力性)



２．独占は資源保護的か

《価格受容単独所有者》

$$\underset{q_t}{Max} \rightarrow \sum_{t=0}^{T} \rho^t \pi(q_t, R_t) = \sum_{t=0}^{T} \rho^t p_t q_t$$

$$s.t. \quad R_{t+1} = R_t - q_t$$

$$R_0 = A(>0):\text{初期値}$$

$$\lambda_{T+1} = B(=0):\text{終端条件}$$

$$\rho = \frac{1}{1+\delta}$$

$$L = \sum_{t=0}^{T} \rho^t \{p_t q_t + \rho\lambda_{t+1}[R_t - q_t - R_{t+1}]\}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi}{\partial q_t} = p_t = \rho\lambda_{t+1}(= M_t) \\ \lambda_t = \dfrac{\partial \pi}{\partial R_t} + \rho\lambda_{t+1} = \rho\lambda_{t+1} \end{cases}$$

$$M_t = p_t = \rho\lambda_{t+1} = \lambda_t$$

$$\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} = \frac{1}{\rho} = 1+\delta$$

$$\therefore \quad \frac{\lambda_{t+1} - \lambda_t}{\lambda_t} = \frac{M_{t+1} - M_t}{M_t} = \frac{p_{t+1} - p_t}{p_t} = \delta$$

$$\left(\begin{array}{c} \dfrac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \dfrac{\dot{M}}{M} = \dfrac{\dot{p}}{p} = \delta \\ \lambda = M = p \end{array} \right)$$

《価格操作単独所有者》

$$\underset{q_t}{Max} \rightarrow \sum_{t=0}^{T} \rho^t \pi(q_t, R_t) = \sum_{t=0}^{T} \rho^t p_t(q_t) q_t$$

$$s.t. \quad R_{t+1} = R_t - q_t$$

$$R_0 = A(>0):\text{初期値}$$

$$\lambda_{T+1} = B(=0):\text{終端条件}$$

$$L = \sum_{t=0}^{T} \rho^t \{p_t(q_t) q_t + \rho\lambda_{t+1}[R_t - q_t - R_{t+1}]\}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi}{\partial q_t} = p_t'(q_t) q_t + p_t(q_t) = \rho\lambda_{t+1}(= M_t) \\ \lambda_t = \dfrac{\partial \pi}{\partial R_t} + \rho\lambda_{t+1} = \rho\lambda_{t+1} \end{cases}$$

$$M_t = p_t'(q_t) q_t + p_t(q_t) = \rho\lambda_{t+1} = \lambda_t$$

$$\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} = \frac{1}{\rho} = 1+\delta$$

$$\therefore \quad \frac{\lambda_{t+1} - \lambda_t}{\lambda_t} = \frac{M_{t+1} - M_t}{M_t} = \delta$$

$$\left(\begin{array}{c} \dfrac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \dfrac{\dot{M}}{M} = \delta \\ \lambda = M \end{array} \right)$$

価格操作単独所有者のとき、需要の価格弾力性を η とすると

$$M=\left(1-\frac{1}{\eta}\right)p=\gamma\ p$$

ただし　$1-\dfrac{1}{\eta}=\gamma$

$\eta=-\dfrac{dq}{dp}\dfrac{p}{q}$　で、　$\eta>1$　すなわち　$0<\gamma<1,\ 0<M<p$　とする。

このとき　$M=\gamma\ p$　より　$\dfrac{\dot{M}}{M}=\dfrac{\dot{\gamma}}{\gamma}+\dfrac{\dot{p}}{p}$

《価格操作単独所有者のとき》

$\dfrac{\dot{M}}{M}=\delta$　だから

$\dfrac{\dot{p}}{p}=\delta-\dfrac{\dot{\gamma}}{\gamma}$　$(\lambda=M<p)$

《価格受容単独所有者のとき》

$\dfrac{\dot{M}}{M}=\dfrac{\dot{p}}{p}=\delta$　だから

$\dfrac{\dot{\gamma}}{\gamma}=0$　$(\lambda=M=p)$

☆ $\eta=\eta(q)=$一定　$(\eta>1)$　のとき

$\gamma=1-\dfrac{1}{\eta}$　は一定だから　$\dot{\gamma}=0$

よって　$\dfrac{\dot{p}}{p}=\delta$　となり、価格受容単独所有者のときと同じ

【B】 $\dfrac{d\eta}{dq}=0$　なら　$\dfrac{\dot{p}}{p}=\delta\left(=\dfrac{\dot{M}}{M}\right)$　《$\dot{\gamma}=0$》

☆ $\eta=\eta(q)\neq$一定　$(\eta>1)$　のとき

$$\dot{\gamma}=\frac{d\gamma}{dt}=\frac{d\gamma}{dq}\frac{dq}{dt}=\frac{d\gamma}{dq}\dot{q}=\frac{d\gamma}{d\eta}\frac{d\eta}{dq}\dot{q}=\frac{d\eta}{dq}\frac{\dot{q}}{\eta^2}$$

$$\delta=\frac{\dot{M}}{M}=\frac{\left(\dfrac{dM}{dt}\right)}{M}=\frac{\left(\dfrac{dM}{dq}\dfrac{dq}{dt}\right)}{M}=\frac{M'(q)\dot{q}}{M}$$　より　$\dot{q}<0$

したがって、

$\dot{\gamma}>0$　なら　$\dfrac{d\eta}{dq}<0$　となり　$\delta=\dfrac{\dot{M}}{M}=\dfrac{\dot{p}}{p}+\dfrac{\dot{\gamma}}{\gamma}>\dfrac{\dot{p}}{p}$

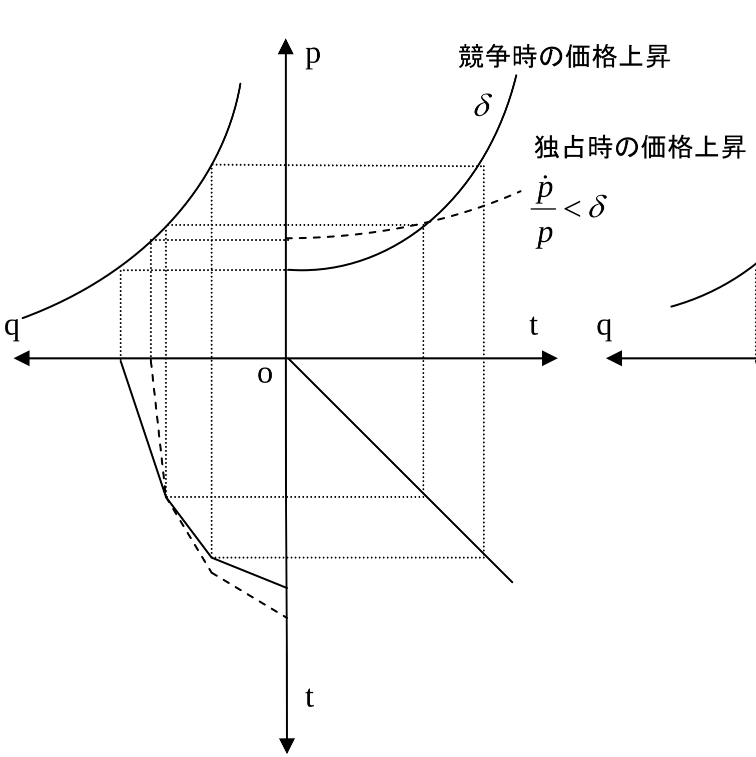
同様のことが　$\dot{\gamma}<0$　のときもいえるから

【A】 $\dfrac{d\eta}{dq}<0$　なら　$\dfrac{\dot{p}}{p}<\delta\left(=\dfrac{\dot{M}}{M}\right)$　《$\dot{\gamma}>0$》

【C】 $\dfrac{d\eta}{dq}>0$　なら　$\dfrac{\dot{p}}{p}>\delta\left(=\dfrac{\dot{M}}{M}\right)$　《$\dot{\gamma}<0$》

以上のことから、 $\eta > 1$ として

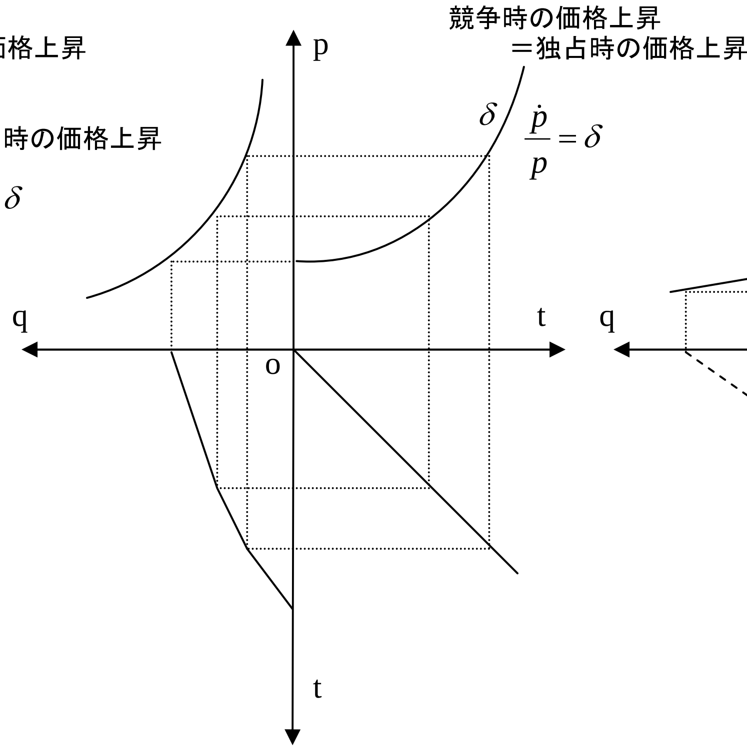
【A】



$$\left(\begin{array}{c} \dot{\gamma} > 0 \\ \frac{d\eta}{dq} < 0 \end{array} \right)$$

《独占は資源保護につながる》

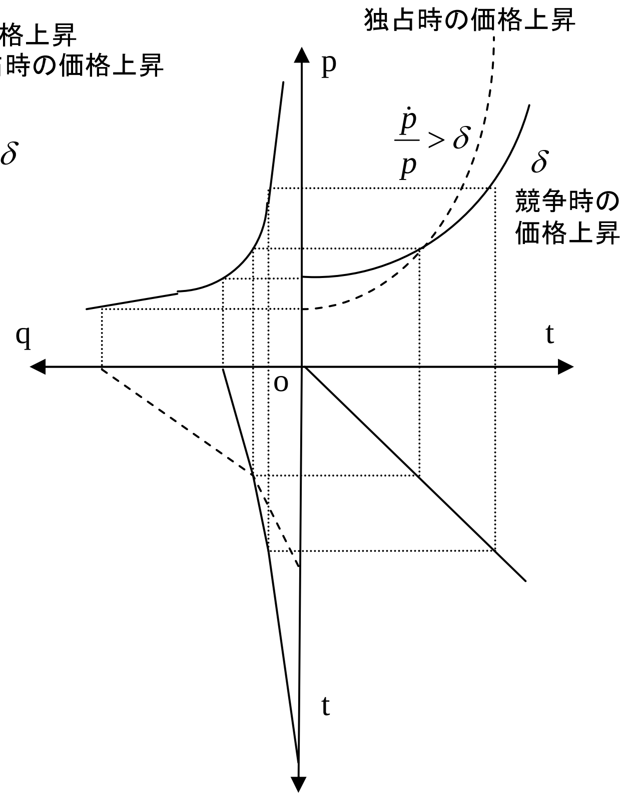
【B】



$$\left(\begin{array}{c} \dot{\gamma} = 0 \\ \frac{d\eta}{dq} = 0 \end{array} \right)$$

《独占も競争も同じ》

【C】



$$\left(\begin{array}{c} \dot{\gamma} < 0 \\ \frac{d\eta}{dq} > 0 \end{array} \right)$$

《独占はより資源を食いつぶす》