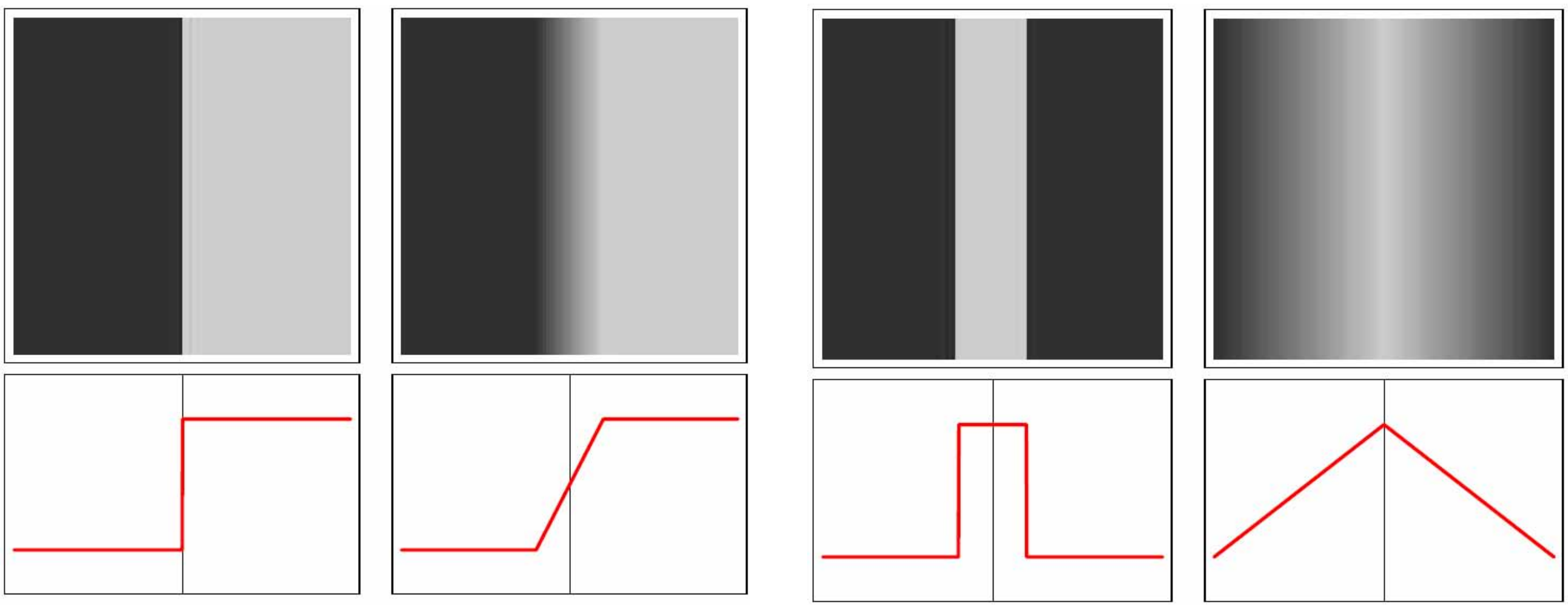
セグメンテーションⅡ

エッジ検出処理
エッジの種類

- 画像の画素値変化が激しいところも画像の重要な部分でこれをエッジと呼ぶ



(a) ステップエッジ　(b) ランプエッジ　リッジ　ルーフ

勾配に基づく手法

連続な場合2次元での勾配　∇（ナブラ）

$$\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y})$$

を画像f(x,y) に作用させた

$$\nabla f = (\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}, \frac{\partial f(x,y)}{\partial y})$$

として定義、これはベクトルであるので大きさと向きを持つ.

$$||\nabla f|| = \sqrt{(\frac{\partial f}{\partial x})^2 + (\frac{\partial f}{\partial y})^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{(\frac{\partial f}{\partial y})}{(\frac{\partial f}{\partial x})}$$

θ はx 軸から角度

勾配に基づく手法

離散画像では微分は差分となりx 方向には

$$\Delta_x f(x,y) = f(x,y) - f(x-1,y)$$

または

$$\Delta_x f(x,y) = f(x+1,y) - f(x,y)$$

y 方向には

$$\Delta_y f(x,y) = f(x,y) - f(x,y-1)$$

または

$$\Delta_y f(x,y) = f(x,y+1) - f(x,y)$$

として、計算.

勾配に基づく手法

- これらの演算は通常次のような2×2 または3×3 の核との畳み込み演算で計算

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{pmatrix}$$

- 連続な場合
  - 勾配の向き:　　微分係数が最大となる方向
  - 勾配の大きさは:微分係数の最大値

- 離散的な場合
  - 勾配の方向を求めるには
    - 勾配を求め、以下の式を用いて計算

$$\theta = \tan^{-1} \frac{(\frac{\partial f}{\partial y})}{(\frac{\partial f}{\partial x})}$$

    - 各方向への差分Δ $_\theta$ を求め，その最大となる方向を勾配の向きとする

オペレータの適用

エッジオペレータ
- ロバート
- フォーセン
- 江尻
- ソーベル
- プレウィット

を適用

カップ

卒業式

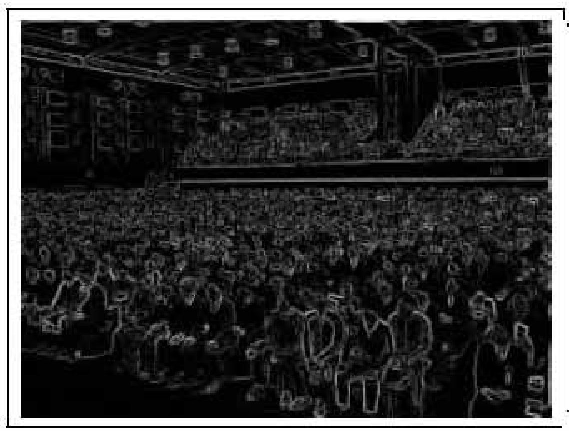
文字

ロバート(Robert)

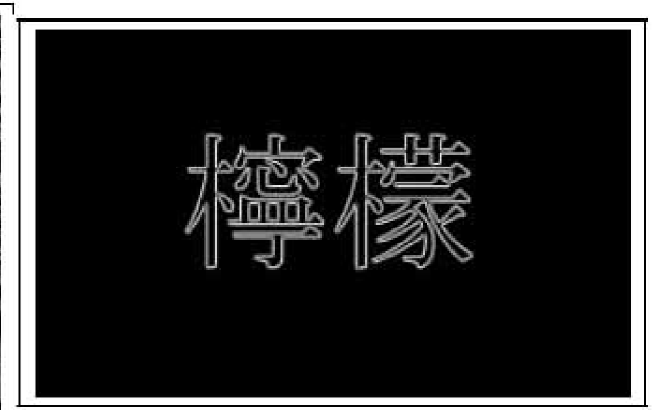
$$\Delta_{\frac{\pi}{4}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \Delta_{\frac{-\pi}{4}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\|\nabla f\| = \sqrt{(\Delta_{\frac{\pi}{4}} f)^2 + (\Delta_{\frac{-\pi}{4}} f)^2}$$

カップ



卒業式



文字

フォーセン(Forsen)

$$\Delta_{\frac{\pi}{4}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \Delta_{\frac{-\pi}{4}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\|\nabla f\| = |\Delta_{\frac{\pi}{4}} f| + |\Delta_{\frac{-\pi}{4}} f|$$

カップ

卒業式

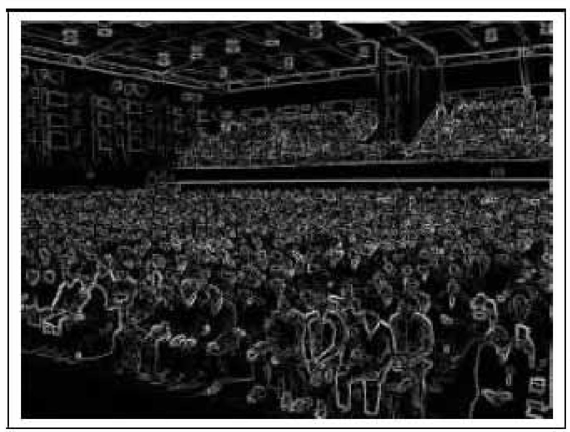
文字

江尻

$$\Delta_x = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \Delta_y = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\|\nabla f\| = \frac{|\Delta_x f| + |\Delta_y f|}{2}$$

カップ



卒業式

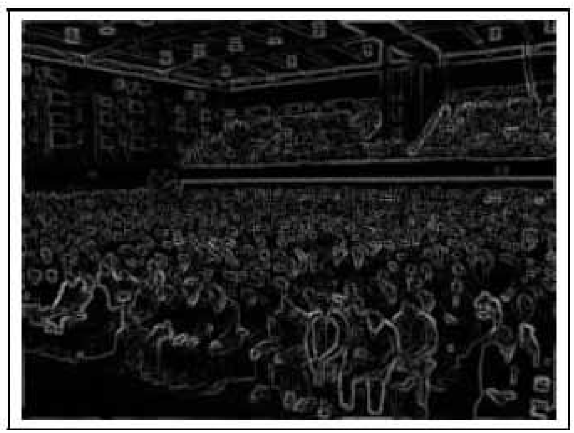
文字

ソーベル(Sobel)

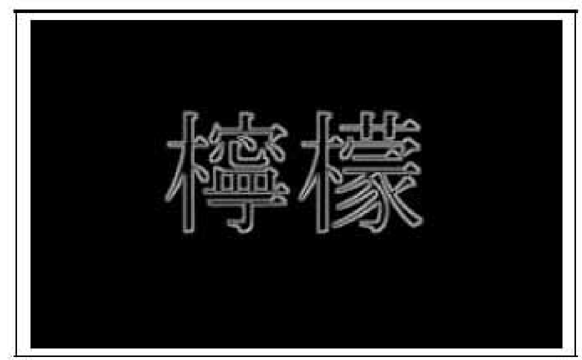
$$\Delta_x = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \Delta_y = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\|\nabla f\| = |\Delta_x f| + |\Delta_y f|$$

カップ



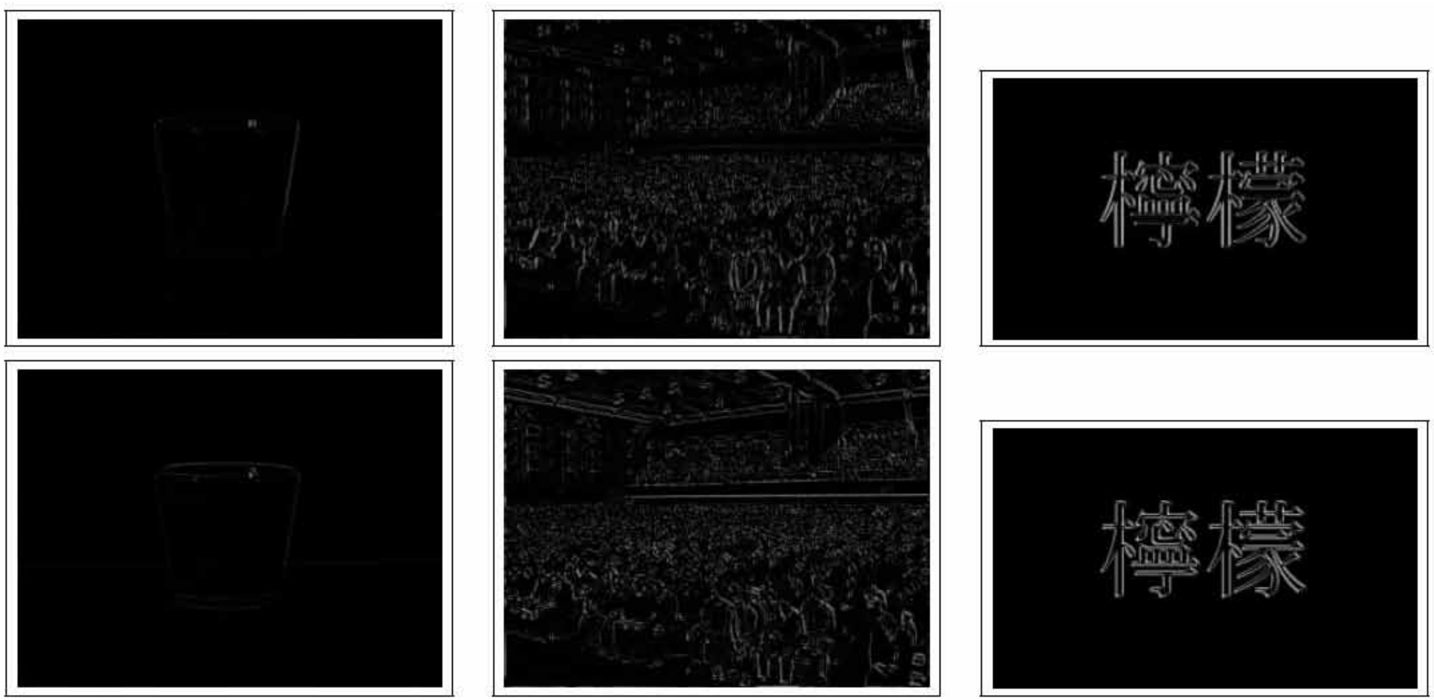
卒業式



文字

プレウィット

$$\Delta_x = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \Delta_{\frac{-\pi}{4}} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

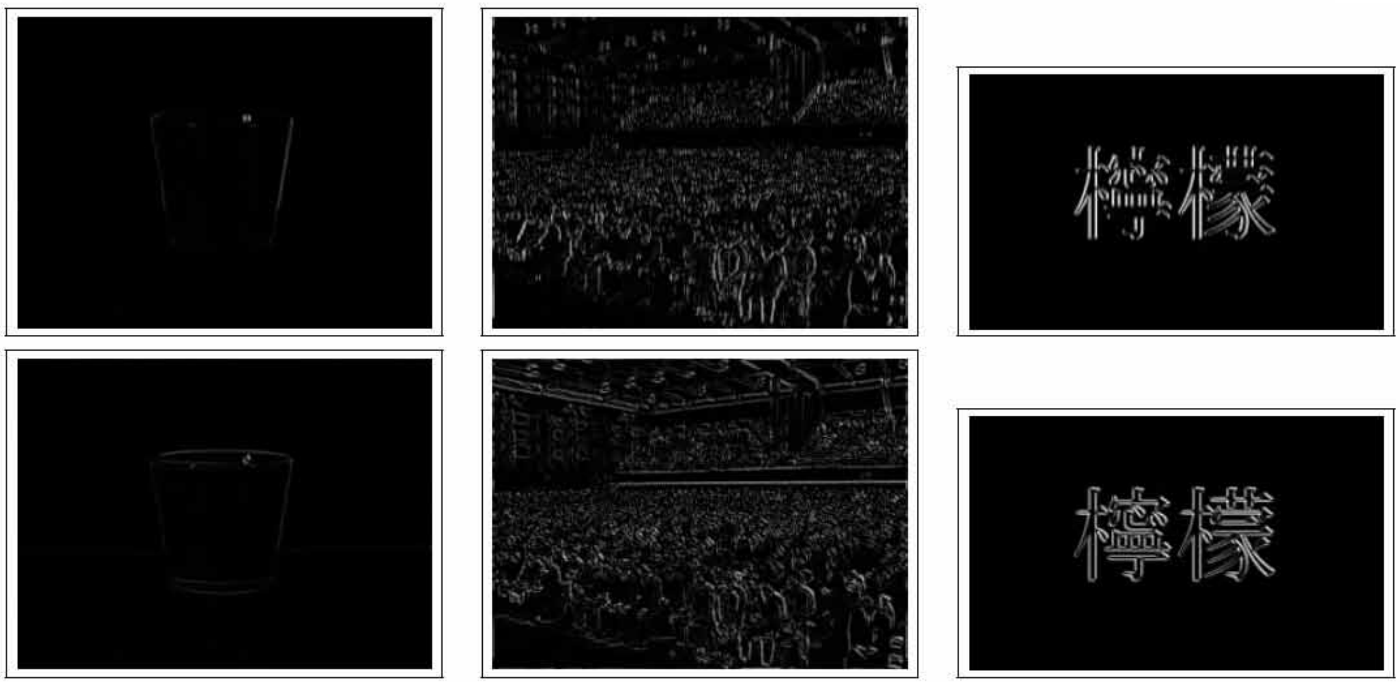


カップ　卒業式　文字

（上段x方向、下段-π/4方向）

カーシュ(Kirsch)

$$\Delta_x = \begin{pmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{pmatrix}, \Delta_{\frac{-\pi}{4}} = \begin{pmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$



カップ　　卒業式　　文字

（上段x方向、下段-π/4方向）

ラプラシアン

連続な場合、ラプラシアンは

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x,y)$$

これより，離散的な場合のラプラシアンは

$$\begin{aligned}
\nabla^2 f &= \Delta_x^2 f + \Delta_y^2 f \\
&= \Delta_x\{f(x+1,y) - f(x,y)\} + \Delta_y\{\{f(x,y+1) - f(x,y)\} \\
&= (f(x+1,y) - f(x,y)) - (f(x,y) - f(x-1,y)) + (f(x,y+1) - f(x,y)) - (f(x,y) - f(x,y-1)) \\
&= f(x+1,y) - 2f(x,y) + f(x-1,y) + (f(x,y+1) - 2f(x,y) + f(x,y-1)
\end{aligned}$$

と定義
計算の注目点が中心となるように差分の取り方を調整．これは結局

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

となる

ラプラシアン・ガウシアン作用素

- 局所的に発生するノイズを除去するためにガウシアンを用いて平滑化し，その後でラプラシアンを作用

ガウス分布を

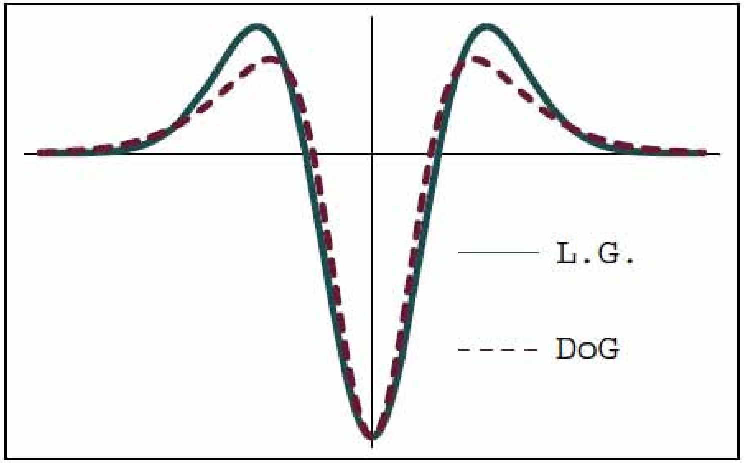
$$G(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

とおけば

$$\nabla^2 (G(x,y) * f(x,y)) = (\nabla^2 G(x,y)) * f(x,y)$$

であるので

$$\begin{aligned} \nabla^2 G &= \frac{1}{2\pi\sigma^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \\ &= \left(\frac{x^2+y^2-2\sigma^2}{2\pi\sigma^6}\right) e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \end{aligned}$$



ガウシアンのみを用いたDOG 関数(dierence of two Gaussian)

$$\mathrm{DOG}(\sigma_e, \sigma_i)(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_e^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_e^2}} - \frac{1}{2\pi\sigma_i^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_i^2}}$$

で近似

ラプラシアン・ガウシアンの絶対値

カップ

文字

卒業式

エッジモデルに基づく方法
ヒュッケル作用素(Hueckel operators)

- エッジ点の近傍を含めてエッジをモデル化
  - 円形の注目点領域を考え,
    - 直線 $x\cos\theta + y\sin\theta = p$ があり
    - $x\cos\theta + y\sin\theta \leq p$ で画素値b
    - $x\cos\theta + y\sin\theta > p$ で画素値b + d を

  モデル化

注目点領域の画素の位置(x,y) でのモデルの画素値を F(x, y, θ ,p,b,d) として表現

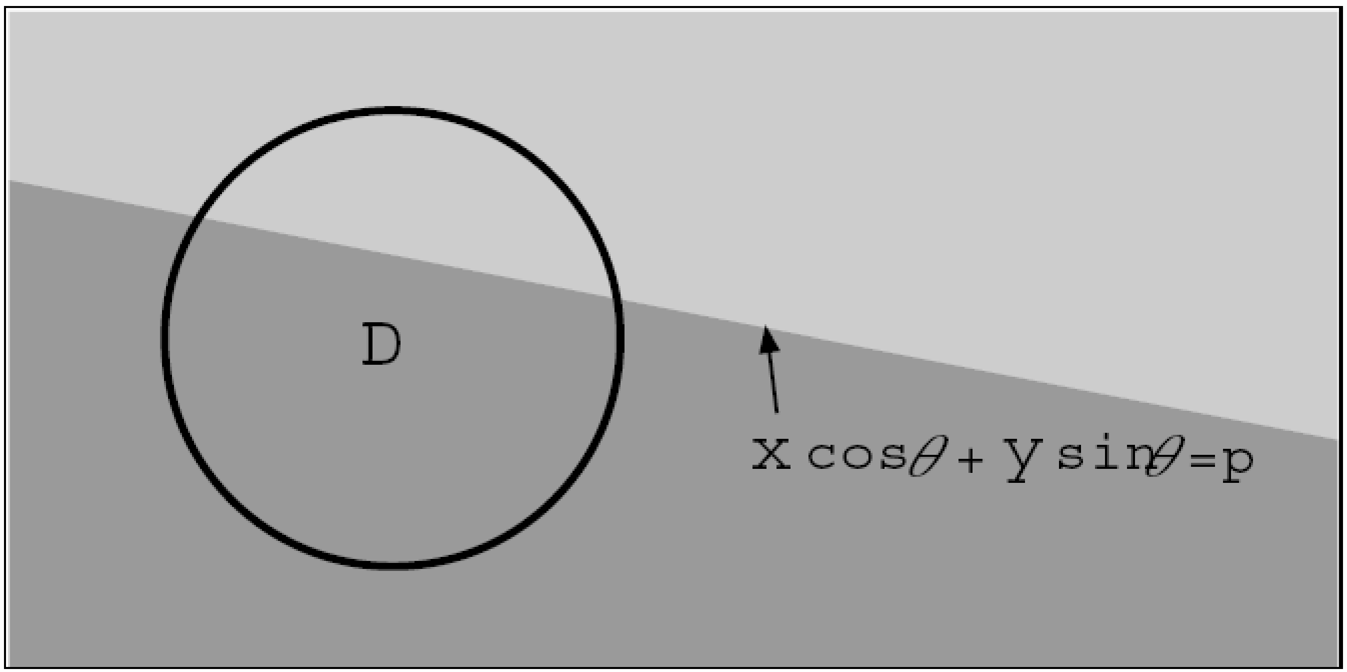
$$F(x,y,\theta,p,b,d) = \begin{cases} b & \cos\theta x + \sin\theta y \leq p \\ b+d & \text{otherwise} \end{cases}$$

このとき画素値f(x; y) とモデルの誤差

$$Err(\theta,p,b,d) = \int_{\mathcal{D}} [f(x,y) - F(x,y,\theta,p,b,d)]^2 dxdy$$

が小さくなるようにθ，p, b, d を動かして，最小値（極小値）を発見

ヒュッケル作用素

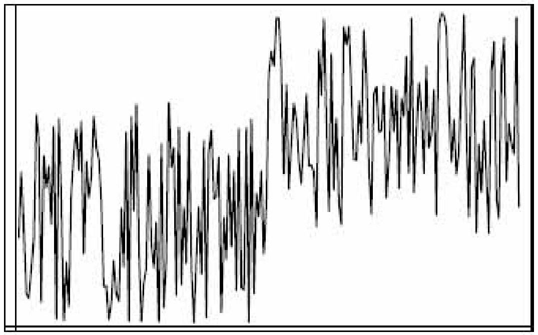


エッジモデルに基づく方法
キャニー作用素(Canny operators)

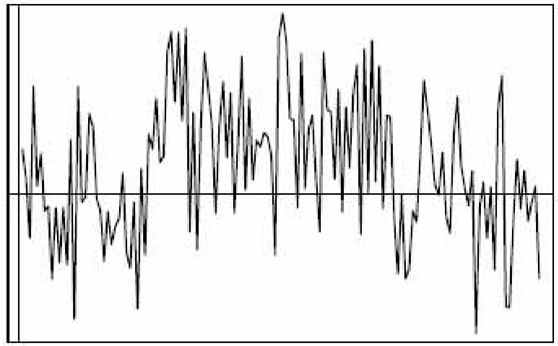
- 次の条件を満たすよう最適化する問題を解いて得られたオペレータ
  1. 正しいエッジを見つける確率は高く，間違ったエッジを見つける確率は低くなければならない
  2. エッジであると探索された場所は，正しいエッジの場所の近くである
  3. 正しいエッジに対して，唯一の解が得られる
- この最適化されたオペレータは，結局ガウシアンの一階微分で近似

$$G_{\mathbf{n}} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

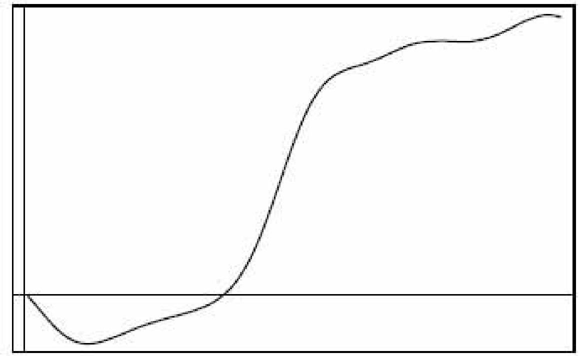
キャニー作用素(Canny operators)



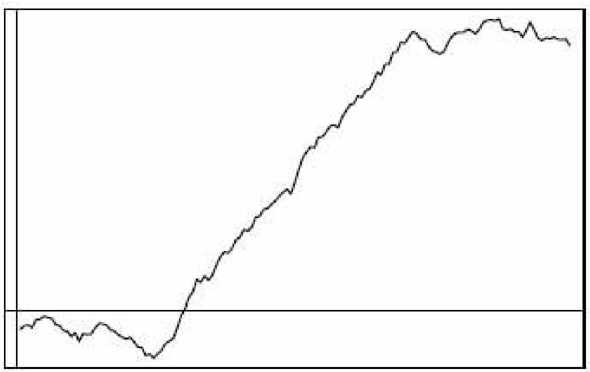
ノイズののったステップエッジ



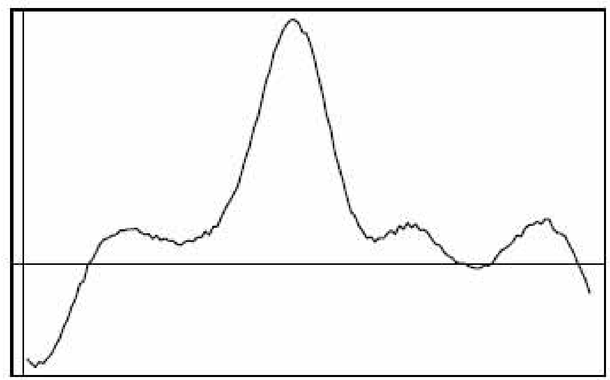
一様平均差分



ガウシアン



一様平均



キャニー

線分抽出

- 線抽出には線の候補となる点集合の性質によって，それに応じた手法が適用
  - ノイズを含んでいない場合

    （例）境界線から抽出された点集合
  - ノイズを含んでいる場合．

    （例）エッジ検出オペレータが作り出した点集合
    - 向き情報を持つ点集合

      （例）一次微分オペレータで検出されたエッジ点
    - 向き情報を持たない点集合

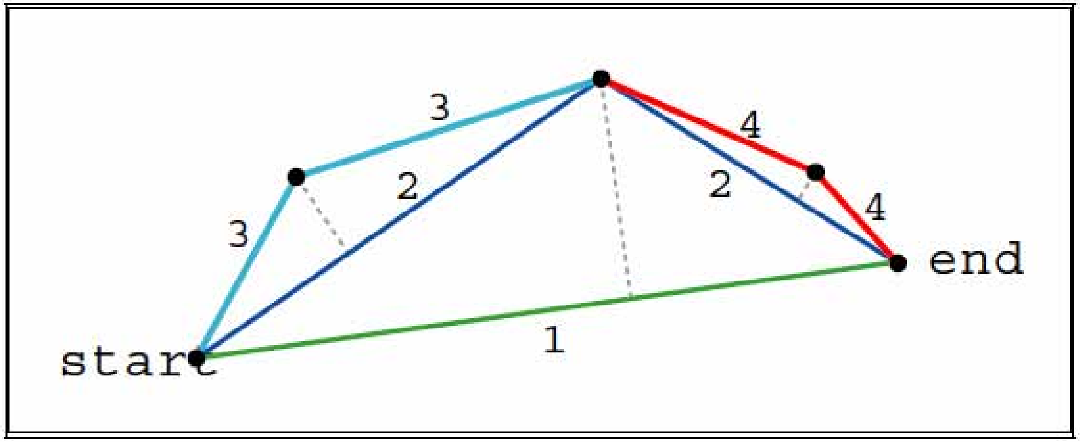
      （例）ラプラシアン作用素で求めた点集合

繰り返し折れ線近似法

- ノイズの無い点集合が与えられたときに，その点集合を結びつけて折れ線で曲線を表現

以下の手順

1. 始点と終点の間に線分をひく
2. 線分と，線分から最も離れた点の距離を求める
3. 距離が閾値以下なら線分をその点を通るように新たに引き，そうでなければ終了



線追跡のアルゴリズム

- 候補点を順番に結合してゆく方法

  以下に手順を示す

  1. 始点の決定
  2. 周辺のエッジ点の探索
     - エッジ点が見つからない場合
       - » 状況に応じて終了か，範囲を広げて再探索
  3. エッジ点が一点だけ存在
     - その点を次の点として決定線に加え，スタックに入れる
  4. エッジ点が2つ以上見つかった場合
     - 見つかった点全てを次の点としてスタックに入れる.

Hough変換

- ノイズに強いよく利用される代表的な線抽出法

  ノイズを含んだ候補点集合が得られた場合を考える．点(x_1, y_1) を通る直線の方程式は

$$\rho = x_1 \cos\theta + y_1 \sin\theta \qquad \rho, \theta : \text{parameters}$$

  これは，ρ，θ 平面上では1つの曲線．画像上の各点についてρ，θ 平面で曲線を描いたとき，同一直線上にのっている点に対応する曲線は1点で交わる

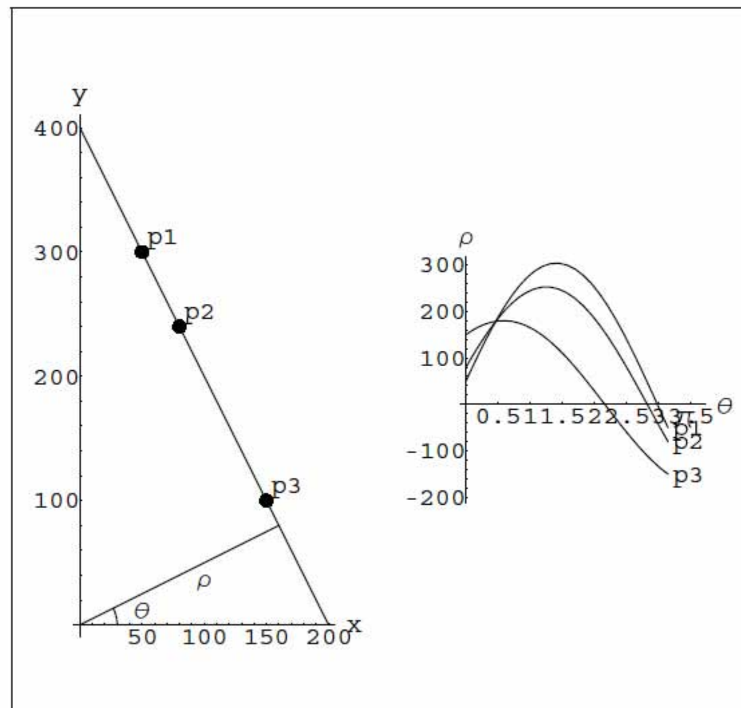
  これを利用して多数決の原理から直線を発見

$$(x_1, y_1) \Rightarrow (\rho, \theta)$$

$$(\rho, \theta) \Rightarrow (x_1, y_1)$$

  このときパラメータの取り方が重要であり，ρ，θ ではなく

$$y = ax + b \qquad (x_1, y_1) \Rightarrow (a, b)$$



最小二乗法

- 変数y が変数$x_1,x_2,...,x_n$ の関数f($x_1,x_2,...,x_n$ ； $\alpha_1,...,\alpha_k$ ）
  ここで、$\alpha_1,...,\alpha_k$:　モデルのパラメータで定数

- $x_1,x_2,...,x_n$が観測されたときに，モデルから得られる推定値

$$\tilde{y} = f(x_1, x_2, \ldots, x_n; \alpha_1, \ldots, \alpha_k)$$

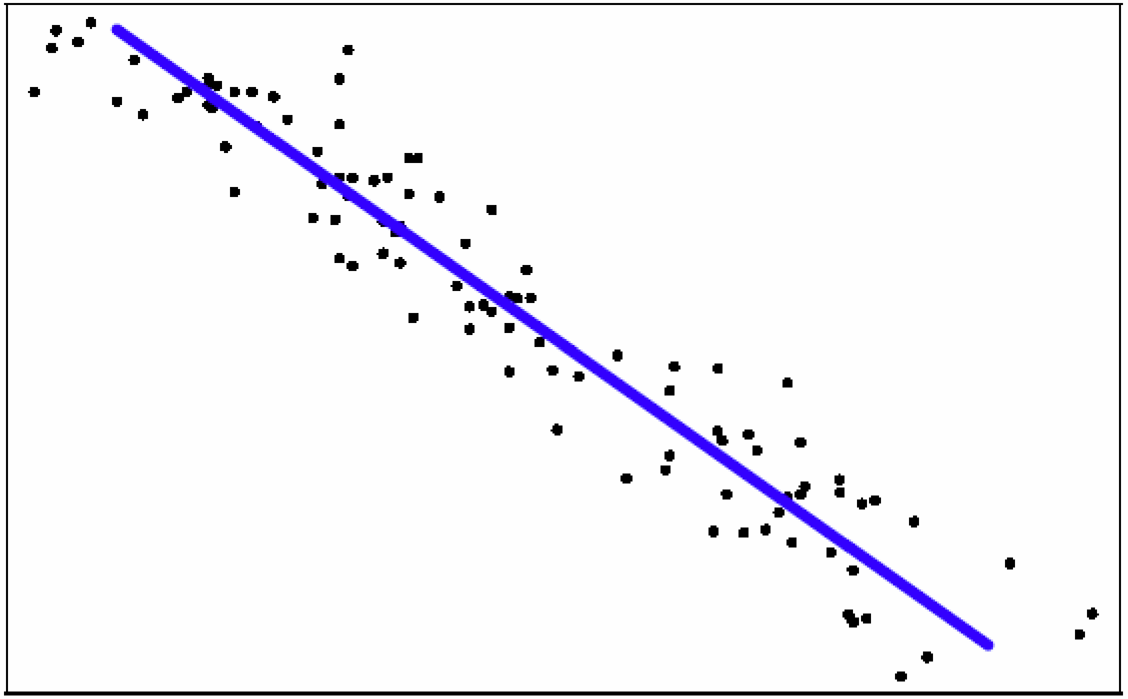
  と，実測値y の誤差　$e = y - \tilde{y}$に対して，その二乗の平均

$$E[e^2] = E[(y - \tilde{y})^2]$$

  が最小になるようにして，モデルの係数$\alpha_1,...,\alpha_k$を決定する手法を最小二乗法

- 最小二乗法を画像に適用して画像から線を抽出することが可能

最小二乗法



ロバスト統計

- データのばらつきの激しい場合、最小二乗法ではフィティッングの精度が上がらない

ロバスト統計(robust　statistics)

- ロバスト統計の代表的手法
  - M-estimator
  - LMedS 推定

M-estimator

- この手法は最小二乗法では誤差e に対して，評価関数(e) の平均

$$E[\rho(e)]$$

で評価関数が

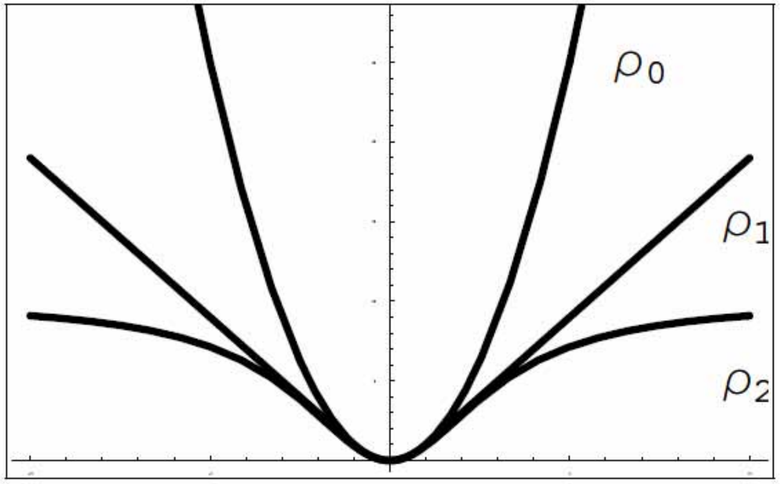
$$\rho_0(e) = e^2$$

であったのに対し，二乗のかわりにアウトライヤの効果を減らした関数

$$\rho_1(e) = \begin{cases} e^2 & (|e| \le k) \\ 2k|e| - k^2 & (|e| > k) \end{cases}$$

$$\rho_2(e) = \frac{e^2}{k + e^2}$$

などを用いるものである



M-estimator の評価関数

LMeds

- この手法は最小二乗法では誤差e に対して，二乗の平均

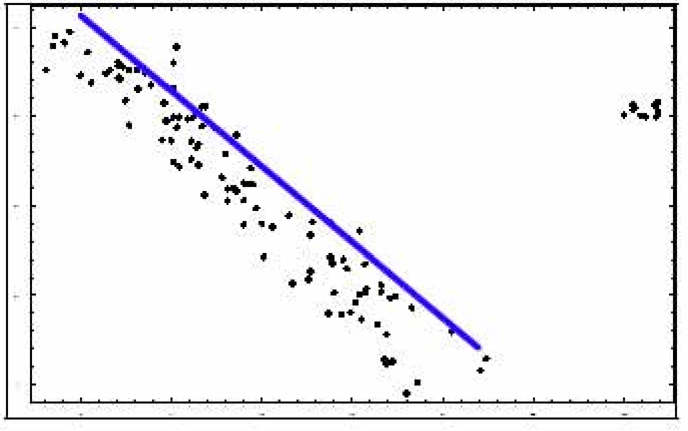
$$E[e^2]$$

を最小化したのに対し，平均のかわりに中央値

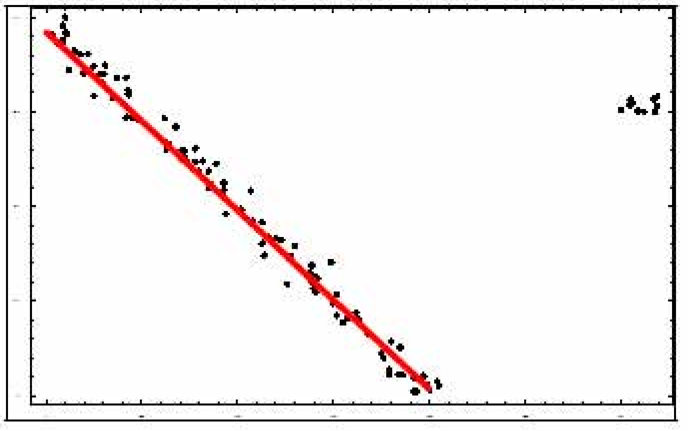
$$M[e^2]$$

を用いるものである．これによりアウトライヤの効果を減らす

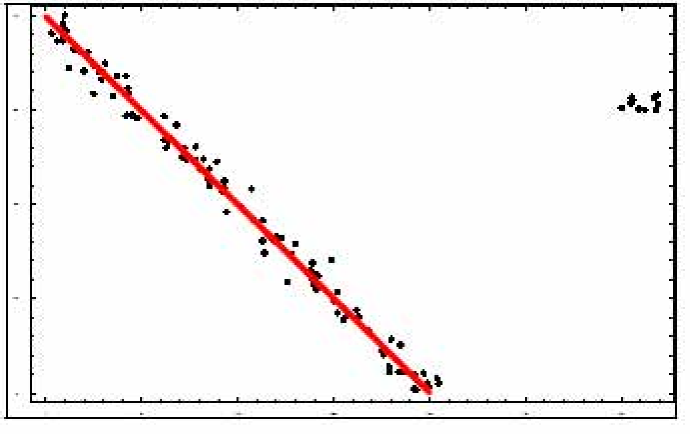
アウトライヤのある場合の直線フィッティング



最小二乗法



LMedS



M-estimator